Corrigé TD 8
PRODUCTION OPTIMALE DE BIENS COLLECTIFS

Introduction

1) Définition et typologie des biens collectifs :

Jusqu'ici dans le cours, on a parlé de **biens privés**. Ils ont 2 propriétés qui les distinguent :

- la 1ère est **technologique** : => **rivalité** : la consommation d'un agent réduit (le plus souvent à néant), les possibilités de consommation des autres agents. Si je mange une pomme, aucun autre agent ne pourra la consommer après moi.
- La 2ème est **économique** : **excludabilité**, cad qu'il faut **payer** pour les consommer.

Il existe certains types de biens qui ne possèdent pas ces caractéristiques => biens collectifs

Rmq 1 : Différence bien collectif / bien public => synonymes. En anglais, souvent « public good », mais en français on va essayer de préférer « bien collectif ».
Bien collectif plus neutre que bien public qui semble faire référence à la présence de la puissance publique comme producteur ou financeur. Or, en fait, les biens collectifs peuvent être financés sans l'intervention de la puissance publique => terme un peu biaisé. Attention à ne pas confondre bien public ou collectif et biens privés fournis par le secteur public (cf éducation ou santé comme on le verra dans l'application).

Rmq 2 : non-excudabilité et non-rivalité parfaites => bien collectif pur
Il existe de nombreux intermédiaires : l'une seulement des 2 propriétés peut être remplie et pour chacune, il existe des degrés (degré de rivalité et d'excludabilité). Cf exemple Ex.8.1. => cf corrigé.

	Non excludable	Excludable
Non rival	Biens collectifs purs	Biens de club
Rival	Biens en commun	Biens privés

Question 8.1. Définitions

Parmi les biens et services suivants, lesquels sont des biens collectifs ?

Le nettoyage des routes en hiver : bien collectif. Une fois que la route est nettoyée, les bénéfices sont non-excludables. Il peut y avoir un certain degré de rivalité en cas de congestion.

Les petites routes à la campagne : certains traits d'un bien collectif. L'exclusion n'est pas pratiquée (coûterait cher si on voulait le faire de manière sélective – type péage) et est non-rival si peu fréquentée.

Un programme de tv par câble : non rival mais excludable. Type bien de club.

Un programme de radio : dans la zone de transmission, il s'agit d'un bien collectif. Non-rival. La technologie pourrait le rendre excludable, mais ce n'est pas fait.

Une course de vélo autour de la France :

Pour les participants : bien privé, excludable et rival.
Pour les spectateurs au bord de la route : bien collectif. Non excludable et partiellement rival s'il y a de la congestion.
Pour les spectateurs à la radio ou télé gratuite : bien collectif.

L'aide alimentaire pour l'Afrique : à la fois un bien collectif et un bien privé. La nourriture distribuée en elle-même est clairement un bien privé. Mais si on s'intéresse aux bénéfices du programme d'aide d'une manière plus générale, on peut les considérer comme des biens collectifs. Il suffit que quelqu'un bénéficie des retombées du programme d'aide sans en être un bénéficiaire direct. Ex : si une partie de la population mange mieux => gains de productivité qui bénéficient de manière plus large à l'économie. Mais on peut aussi le voir comme des externalités positives.

L'école publique : à la fois bénéfices privés (diplômes => meilleur emploi) et des bénéfices publics du fait d'avoir une population mieux éduquée. Comme pour l'aide alimentaire, on pourrait le voir comme des externalités.

La collecte des ordures : là encore, partiellement privé et public. Aspect privé = on débarrasse les gens d'ordures privées, ce qui est rival et excludable. Aspect public / externalités = prévention des problèmes de santé publique, ce qui est non-rival et non-excludable.

Problématique :

En matière de bien collectif, l'économiste public doit répondre à **deux questions** :
- Premièrement, est-ce **que le niveau de bien collectif** est **optimal, autrement dit pourquoi il y a défaillance de marché.**
- Deuxièmement, **comment financer les biens collectifs**.

Ici, on s'intéresse uniquement à la première question. La 2ème sera abordée dans le TD 10.

Question 8.2. BLS. *Combien d'allocations satisfont l'allocation de BLS ?*
La condition BLS (Bowen-Lindahl-Samuelson) définit la condition d'allocation optimale en présence de biens collectifs. différe de la condition classique d'optimum

Chapitre 1 : fixer la norme d'efficacité => critère d'allocation optimale parétienne « habituelle », dans le cas de biens privés :
- dans la consommation : égalité entre les TMS de tous les consommateurs, qui peut aussi être formulé comme l'égalité des dispositions marginales à payer de tous les individus. (l'un des 2 biens sert de numéraire).
- Si on ajoute la production : le TMS de chaque consommateur est égal au taux marginal de transformation (TMT du producteur) et est égal au rapport des prix.

TMSi=TMT=p1/p2

En présence de biens collectifs, cette condition d'optimalité doit être modifiée. On applique toujours le critère d'optimalité de Pareto en ajoutant les contraintes liées aux caractéristiques du bien collectif.
Dans un monde avec un bien collectif et un bien privé (qui sert de numéraire, p2=1), la condition d'optimalité s'écrit :
=> **ΣTMSi**=TMT=p1/p2=p1=**Cm du bien collectif**

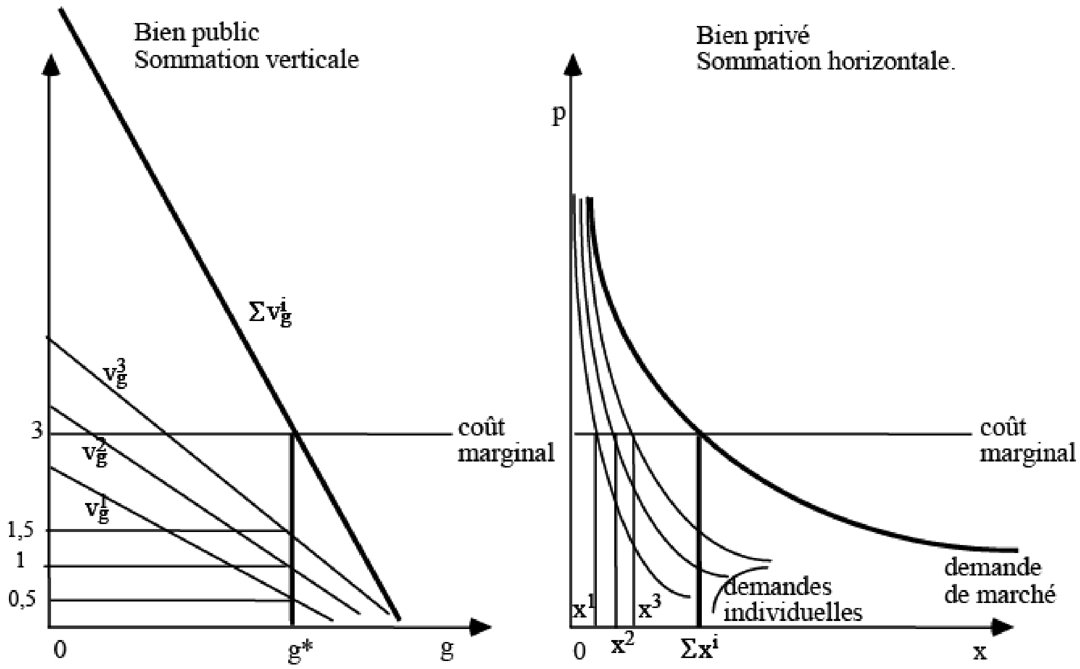
On peut aussi la formuler à partir des DMP :
« une allocation dans un monde avec un bien collectif et un bien privé (qui sert de numéraire) est optimale (parétienne) lorsque la quantité de bien collectif produit est choisie telle que son prix et donc son coût marginal (puisque l'entreprise qui le produit maximise son profit) est égal à la somme des disponibilités marginales à payer pour le bien collectif ».

ΣDMP=Cm du bien public

Rq : dans exos : si on a fonctions de demande => somme des DMP
Si on a des fonctions d'utilité => somme des TMS

Combien d'allocations satisfont l'allocation de BLS ? => Il s'agit d'une condition d'optimalité parétienne. Il en existe donc une infinité (on est dans la même situation qu'avec la Pareto-optimalité dans le cas de biens privés : il existe une infinité d'optima de Pareto qui correspondent à l'ensemble des points de la courbe des contrats dans un diagramme d'Edgeworth et qui renvoient à des niveaux d'utilité relatifs entre les 2 individus différents. De la même manière, il existe une infinité d'allocations qui satisfont l'allocation BLS et qui diffèrent du point de vue de l'équité. (ne sont pas comparables)
Autant que d'allocations initiales des ressources

<u>Question 8.3.</u> Graphique. *Lorsque l'on cherche à déterminer les bénéfices marginaux associés à la société, on ajoute les demandes de biens privés horizontalement, et celles de biens publics verticalement. Expliquez la logique de ce processus ainsi que les raisons pour lesquelles les procédures diffèrent lorsqu'il s'agit de bien public et de bien privé.*
Biens privés : Demande de marché = somme horizontale (sur les quantités) des demandes individuelles
Cas des biens publics : sommation verticale (sur les DMP)



Logique :

Dans le cas d'un bien privé, chaque consommateur consomme la quantité qu'il souhaite et paye en conséquence => pour obtenir la demande agrégée, il faut ajouter les quantités.

Dans le cas d'un bien collectif, **il existe une quantité produite unique dont tout le monde peut profiter** (le fait qu'un individu en profite n'empêche pas les autres d'en profiter aussi et on ne peut pas empêcher quelqu'un d'en profiter même s'il n'a pas payé) – ce qui change c'est combien chacun est prêt à payer pour l'obtenir (dispositions marginales à payer différentes)

Application :

Question 8.4. Hamburgers. *La demande de hamburger (bien privé) de Bill est : Q = 20 - 2P. Celle de Ted est : Q = 10 – P.*

a. Mettez sous forme d'une équation le bénéfice marginal social que procure la consommation d'hamburger.

Dans le cas d'un bien privé, on somme les quantités :

BMS = 20-2P + 10 – P ⇔ BMS = 30 – 3P

b. On suppose maintenant que les hamburgers sont un bien public. Mettez sous forme d'une équation le bénéfice marginal social que procure la consommation d'hamburger.

Il faut maintenant sommer les DMP, qui sont données par :

- pour Bill : Q = 20 - 2P ⇔ P = 10 – (1/2)Q
- pour Ted : Q = 10 – P ⇔ P = 10 – Q

BMS = 10 – (1/2)Q+ 10 – Q ⇔ BMS = 20 – (3/2)Q

Question 8.5. Passager clandestin. *Il y a trois consommateurs d'un bien collectif. Les demandes sont ainsi établies :*

$$P_1 = 50 - G$$

$$P_2 = 110 - G$$

$$P_3 = 150 - G$$

où G mesure le nombre d'unité de biens et P, le prix en dollars. Le coût marginal du bien collectif est de 190$.

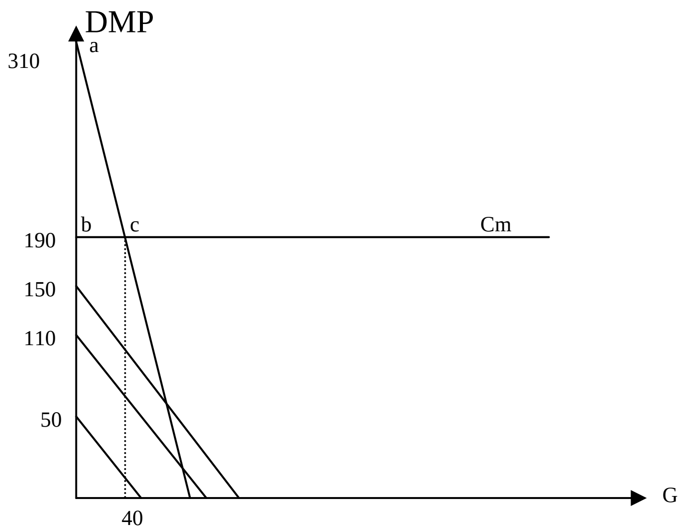
a. Quel est le niveau optimal de production du bien collectif ?

Somme des dispositions marginales à payer :

$\sum$DMP = $P_1+P_2+P_3$ = 50 – G + 110 – G + 150 – G = 310 – 3G

Au niveau optimal de production, on a : $\sum$DMP = Cm, soit :

310 – 3G = 190 ⇔ G = 40



b. Pourquoi le bien collectif peut ne pas être produit du fait du problème du passager clandestin ?

Problème de free-riding ou passager clandestin lié essentiellement à la caractéristque de non-excludabilité des biens collectifs => impossibilité d'exclure de l'usage un utilisateur, même s'il ne contribue pas au financement du bien.

Mancur Olson, socio-économiste américain, 1965 *Logique de l'action collective*.

Un passager clandestin est un utilisateur d'un bien, d'un service ou d'une ressource, qui ne paie pas le « juste » prix de son utilisation. (moins que leur DMP)

Csq : risque de sous-production (ou de sur-consommation dans le cas des ressources naturelles) => problème d'incitation à produire. Les entrepreneurs savent qu'ils auront du mal à se faire payer puisqu'ils n'ont aucun moyen de priver d'utilisation les agents qui ne rémunèrent pas leurs services. Les consommateurs ont peu enclins à payer puisque rien ne les y oblige. Le consommateur préfère attendre que le bien soit produit sans s'engager, ni payer, puisqu'une fois produit, il peut de toute façon en profiter librement.

Comme tout le monde raisonne comme ça, personne ne paye et le bien collectif n'est pas produit (en tout cas sous-produit).

c. Si le bien collectif n'est pas produit, quelle est la perte sèche engendrée par l'imperfection du marché ?

Le bénéfice procuré par le bien collectif s'il est produit correspond à l'aire du triangle abc. Ce bénéfice est perdu si le bien collectif n'est pas produit à cause de la défaillance du marché. Il correspond donc à la perte sèche.

Perte sèche = aire du triangle abc = $\frac{1}{2}\times 40\times(310-190) = 2400$

__Question 8.6.__ Bonnie and Clyde. *La ville de Springfield a été frappée par une vague d'attaques à mains armées sans précédent dans l'histoire de la ville. En réponse à cette vague de crime, un nouveau département de police à été créé. La ville a deux résidents, Bonnie et Clyde. Chacun des habitants possède une fonction d'utilité qui dépend de sa consommation de cigarette* X *et de la présence policière* M *et qui a la forme suivante* $U = 2\log(X)+\log(M)$. *Le nombre total de policiers dans la ville* M *se compose de la quantité voulue par Bonnie et de celle voulue par Clyde* $M = M_B + M_C$ *.Clyde et Bonnie ont un revenu de 100. Le prix d'une cigarette et d'un policier est fixé à 1. Le nombre de policiers est compris entre 0 et 100.*

a. Combien de policiers seront engagés si le gouvernement n'intervient pas ? Combien sont rémunérés par Bonnie ? Clyde ?

On résout le programme de chacun (comme les fonctions d'utilité et les contraintes sont les mêmes, le problème est symétrique).

Programme de Bonnie :

Max $U = 2\log(x_B) + \log(M_B + M_C)$

s.c. $x_B + M_B = 100$ puisque le prix de chacun est fixé à 1.

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_B = 100 - M_B$

Et $U = 2\log(100 - M_B) + \log(M_B + M_C)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_B

$$\frac{dU}{dM_B} = \frac{-2}{100 - M_B} + \frac{1}{M_B + M_C} = 0$$

soit : $\frac{2}{100 - M_B} = \frac{1}{M_B + M_C}$ $\Leftrightarrow$ $2(M_B + M_C) = 100 - M_B$

$\Leftrightarrow$ $3M_B = 100 - 2M_C$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{M_B = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_C}$ => Fonction de réaction de Bonnie

Puisque le problème est symétrique, la fonction de réaction de Clyde est aussi : $\boxed{M_C = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_B}$

En combinant les 2, on obtient :

$$M_B = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_C = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}(\frac{100}{3} - \frac{2}{3}M_B)$$

d'où : $M_B = \frac{100}{3} - \frac{200}{9} + \frac{4}{9}M_B$ $\Leftrightarrow$ $\frac{5}{9}M_B = \frac{100}{9}$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{M_B = 20}$

Et de la même façon : $\boxed{M_C = 20}$

Conclusion : si le gouvernement n'intervient pas, 40 policiers seront engagés. 20 seront rémunérés par Bonnie et 20 par Clyde.

b. Quel est l'optimum social ? Si votre réponse diffère de celle donnée à la question précédente, expliquez pourquoi.

Pour trouver l'optimum social, on utilise la condition BLS : ΣTMSi=p1/p2

$$\frac{p_M}{p_x} = 1$$

$$TMS_B = \frac{\partial U / \partial M}{\partial U / \partial x_B} = \frac{1/M}{2/x_B} = \frac{x_B}{2M} \quad \text{et} \quad TMS_C = \frac{x_C}{2M}$$

d'où $\sum TMS = \frac{x_B + x_C}{2M} = 1$ (1)

D'autre part, on a la contrainte budgétaire suivante : $x_B + x_C + M = 200$

Soit : $x_B + x_C = 200 - M$ (2)

(2) dans (1) => $\frac{200 - M}{2M} = 1$ $\Leftrightarrow$ $3M = 200$

$\Leftrightarrow$ $M \approx 66.7$ > 40

A l'optimum social, la quantité de bien collectif produit est supérieure à la quantité produite spontanément par les 2 agents. Si on laisse le marché fonctionner librement, il y a sous-production. Cela s'explique par le fait que la sécurité est un bien non-excludable et non-rival.

c. Supposons que le gouvernement ne se satisfasse pas de la demande privée et décide de fournir 10 policiers. Il taxe de manière équivalente Bonnie et Clyde qui peuvent néanmoins engager des policiers supplémentaires s'ils le désirent. Quel sera le nombre total de policiers engagés ? Comparez avec la question 1). Est-on parvenu à l'optimum social ?
On refait la même chose qu'en a) mais en intégrant une taxe de 5 à chacun et 10 policiers déjà engagés.

Programme de Bonnie :
Max $U = 2\log(x_B) + \log(M_B + M_C + 10)$
s.c. $x_B + M_B = 95$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_B = 95 - M_B$
Et $U = 2\log(95 - M_B) + \log(M_B + M_C + 10)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_B

$$\frac{dU}{dM_B} = \frac{-2}{95 - M_B} + \frac{1}{M_B + M_C + 10} = 0$$

soit : $\frac{2}{95 - M_B} = \frac{1}{M_B + M_C + 10} \Leftrightarrow 2(M_B + M_C + 10) = 95 - M_B$

$\Leftrightarrow 3M_B = 75 - 2M_C$

$\Leftrightarrow \boxed{M_B = 25 - \frac{2}{3}M_C}$

Puisque le problème est symétrique, la fonction de réaction de Clyde est aussi : $\boxed{M_C = 25 - \frac{2}{3}M_B}$

En combinant les 2, on obtient :
$$M_B = 25 - \frac{2}{3}M_C = 25 - \frac{2}{3}(25 - \frac{2}{3}M_B)$$

d'où : $M_B = \frac{75}{3} - \frac{25}{3} + \frac{4}{9}M_B \Leftrightarrow \frac{5}{9}M_B = \frac{25}{3}$

$\Leftrightarrow \boxed{M_B = 15}$

Et de la même façon : $\boxed{M_C = 15}$

Conclusion : le nombre total de policiers engagés sera de 15+15+10=40, soit le même nombre qu'en a).Les policiers engagés par le gouvernement sont en nombre inférieur à ce que souhaitent Bonnie et Clyde sans intervention. La taxe est simplement intégrée dans leur calcul, chacun finançant les 15 policiers supplémentaires pour aboutir à la quantité voulue par chacun d'eux.

d. Supposons que le gouvernement décide d'imposer la présence de 35 policiers. Il taxe Bonnie pour 10 et Clyde pour 25. Quel sera le nombre total de policiers engagés ? Combien le seront par Bonnie ? par Clyde ? Comparez avec la situation précédente. Discutez de l'optimalité de la mesure.
Le problème n'est plus symétrique.

Programme de Bonnie :
Max $U = 2\log(x_B) + \log(M_B + M_C + 35)$
s.c. $x_B + M_B = 90$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_B = 90 - M_B$
Et $U = 2\log(90 - M_B) + \log(M_B + M_C + 35)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_B

$$\frac{dU}{dM_B} = \frac{-2}{90 - M_B} + \frac{1}{M_B + M_C + 35} = 0$$

soit : $\dfrac{2}{90 - M_B} = \dfrac{1}{M_B + M_C + 35} \quad \Leftrightarrow \quad 2(M_B + M_C + 35) = 90 - M_B$

$\Leftrightarrow \quad 3M_B = 20 - 2M_C$

$\Leftrightarrow \quad \boxed{M_B = \dfrac{20}{3} - \dfrac{2}{3}M_C}$

Programme de Clyde :
Max $U = 2\log(x_C) + \log(M_B + M_C + 35)$
s.c. $x_C + M_C = 75$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient : $x_C = 75 - M_C$
Et $U = 2\log(75 - M_C) + \log(M_B + M_C + 35)$

Pour optimiser, on annule la dérivée de U par rapport à M_C

$$\frac{dU}{dM_C} = \frac{-2}{75 - M_C} + \frac{1}{M_B + M_C + 35} = 0$$

soit : $\dfrac{2}{75 - M_C} = \dfrac{1}{M_B + M_C + 35} \quad \Leftrightarrow \quad 2(M_B + M_C + 35) = 75 - M_C$

$\Leftrightarrow \quad 3M_C = 5 - 2M_B$

$\Leftrightarrow \quad \boxed{M_C = \dfrac{5}{3} - \dfrac{2}{3}M_B}$

En combinant les 2, on obtient :

$$M_c = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}M_B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}\left(\frac{20}{3} - \frac{2}{3}M_C\right)$$

$$M_C = -\frac{25}{9} + \frac{4}{9}M_C$$

$$\frac{5}{9}M_C = -\frac{25}{9}$$

$$M_C = -\frac{25}{5} = -5$$

Clyde considère qu'il y a trop de policiers. Il préférerait kidnapper 5 policiers, demander une rançon et s'acheter des cigarettes avec.

On fixe Mc à 0. D'où : $M_B = \dfrac{20}{3}$ et $M = \dfrac{20}{3} + 35 = \dfrac{125}{3} \approx 41.7$

Le nombre de policiers total est supérieur à la situation précédente car Clyde doit payer plus qu'il ne voudrait. Mais le niveau est loin de l'optimum car Bonnie peut « free-rider » : elle ne finance que 20/3+10 au lieu de 20.

<u>Question 8.7.</u> Le free riding.

Une île est touchée par le chikungunya. La campagne de « démoustication » nécessite un traitement d'une valeur de 100 euros par unité de décontamination. La population de l'île s'élève à 2 habitants dont la disposition à payer pour lutter contre le « chik » s'élève à 80 euros par unité de décontamination. On suppose qu'en l'absence de traitement, le bien être des habitants est nul.

a. Ecrire ce problème sous forme de matrice des jeux.

Si personne ne paye => bien-être des habitants nul => (0.0)

Si un seul paye, il supporte tout le coût (100) et chacun a un bénéfice de 80 (chacun bénéficie de l'unité produite, même celui qui n'a pas payé) => celui qui paye a (80-100=-20) et l'autre a (80)

Si les 2 participent, ils payent chacun 100 et ont un bénéfice de 2*80=160 (car 2 unités de décontamination au total et chacun profite des 2) => 160-100=60

D'où matrice des jeux :

		A	
		Paye	Ne paye pas
B	Paye	(60 ; 60)	(80 ; -20)
	Ne paye pas	(-20 ; 80)	(0 ; 0)

b. Trouver les équilibres de Nash de ce jeu. Qu'en concluez-vous ?

Equilibres de Nash

Joueur A : Lorsque B paye, A a intérêt à ne pas payer.
Lorsque B ne paye pas, A a intérêt à ne pas payer.

=> « ne pas payer » est la stratégie dominante de A.

Joueur B : idem

D'où équilibre de Nash : (ne pas payer ; ne pas payer) => (0 ; 0) => le bien public n'est pas fourni. Or ce n'est pas la meilleure situation possible : (60 ; 60) = optimum

c. Comment est modifiée la matrice de ce jeu si la contribution demandée à chaque individu est ramenée à 50 euros ? Trouvez l'équilibre de Nash du nouveau jeu.

Si personne ne paye => bien-être des habitants nul => (0.0)

Si un seul paye, il supporte tout le coût (50) et chacun a un bénéfice de 80 (chacun bénéficie de l'unité produite, même celui qui n'a pas payé) => celui qui paye a (80-50=30) et l'autre a (80)

Si les 2 participent, ils payent chacun 50 et ont un bénéfice de 2*80=160 (car 2 unités de décontamination) => 160-50=110

D'où matrice des jeux :

		A	
		Paye	Ne paye pas

B	Paye	(110 ; 110)	(80 ; 30)
	Ne paye pas	(30 ; 80)	(0 ; 0)

Nouvel équilibre de Nash : (110 ; 110) les 2 payent.
Comme le prix est inférieur au bénéfice retiré, ils ont toujours intérêt à payer.

d. Le produit n'est maintenant efficace que si 2 unités sont fournies (avec une seule unités, les moustiques résistent). Comment est modifiée la matrice des jeux ? Trouvez les équilibres de Nash. Lequel vous semble le plus probable ?
Nouvelle condition : pour être efficace, il faut impérativement 2 unités de produit (une seule unité est inefficace et rapporte un gain nul), et le gain de chaque individu est alors 80.
Si personne ne paye => bien-être des habitants nul => (0.0)
Si un seul paye, il supporte tout le coût (50) et c'est inefficace => celui qui paye a (-50) et l'autre a (0)
Si les 2 participent, ils payent chacun 50 et ont un bénéfice de 80 => 80-50=30
D'où matrice des jeux :

		A	
		Paye	Ne paye pas
B	Paye	(30 ; 30)	(0 ; -50)
	Ne paye pas	(-50 ; 0)	(0 ; 0)

Equilibres de Nash du nouveau jeu :
Joueur A : Lorsque B paye, A a intérêt à payer.
Lorsque B ne paye pas, A a intérêt à ne pas payer.

Joueur B : idem

=> 2 équilibres de Nash : (0 ; 0) et (30 ; 30)

(30 ; 30) semble le plus probable car ici un individu ne peut pas tout attendre de l'autre (contrairement au cas a) où un individu pouvait gagner 80 sans rien dépenser, en comptant sur l'autre, ici il n'a rien à gagner s'il ne participe pas). Subsiste un risque de perdre 50 euros, mais le plus probable est qu'on va s'orienter vers la coopération. D'autant plus probable si on est dans un jeu répété (renouvellement de la décision de participer à la démoustication tous les mois ou tous les ans par exemple), puisqu'une forme de confiance peut s'établir (jeu à répétition infinie ou dont on ne sait pas quand il se termine, sinon mécanisme d'induction à rebours). Stratégie du donnant-donnant (tit for tat).