

Barème indicatif, susceptible d'être modifié.

Durée : 45 minutes

9 points Exercice 1

On s'intéresse à la fourniture en eau potable des habitants d'une île.

On note q la quantité d'eau en m^3 et p le prix d'un m^3 d'eau.

La demande en eau, par ménage, est décrite par la fonction $q(p) = -\frac{p}{4} + 25$.

Le coût total de fourniture de l'eau répond à la fonction $C(q) = 12q + 120$.

a. Qualifiez (et justifiez) le type de situation dans lequel on se trouve.

b. Dans un premier temps, le marché est confié à une entreprise privée qui a toute liberté en matière de tarification. Déterminez le prix et le niveau de production qui résultent de cette situation (*vous pouvez au choix utiliser une règle de tarification connue ou résoudre un programme de maximisation, ceci est aussi valable pour les questions suivantes*).

c. La politique tarifaire de l'entreprise soulevant de nombreuses protestations, les gouvernants de l'île décident d'assurer eux-mêmes la fourniture en eau potable, avec l'objectif de maximiser le bien-être social. Déterminez le prix et le niveau de production correspondants. Quel est le problème principal de ce type de tarification ?

d. Quel type de tarification proposez-vous pour remédier au problème précédent ? Quel niveau de production et quel prix seront alors atteints ?

e. L'île bénéficie d'un climat doux et humide, à l'exception de quelques zones touchées par un microclimat extrêmement chaud et sec. Comment modifiez-vous votre réponse à la question précédente ? Sans faire de calcul, qu'anticipez-vous quant à la tarification de l'eau dans les deux types de zones ? Cette solution vous semble-t-elle « juste » ?

6 points Exercice 2

Soit deux entreprises : l'une (A) est spécialisée dans la création de logiciels informatiques (notés I), l'autre (B) est une agence de communication qui fournit une quantité P de prestations à ses clients, en utilisant les logiciels I. Les fonctions de coût total de chaque entreprise sont :

$$C_A(I) = 100I^2$$

$$C_B(P, I) = \frac{P^2}{10} - 50I^2$$

La protection des logiciels contre le piratage est mal assurée si bien qu'il est possible de se procurer des versions pirates gratuites des logiciels I créés. On estime qu'en moyenne la création d'un logiciel I rapporte 10 000 euros à l'entreprise A (par le biais de la vente d'un ensemble de licences, malgré l'existence du piratage, et la fourniture de services associés). On suppose que l'entreprise B utilise des versions pirates des logiciels I et qu'elle facture chacune de ses prestations 1 000 euros.

- a. Caractériser la situation.
- b. Les entreprises déterminent leurs niveaux de production indépendamment. Déterminez les niveaux de I et P et les profits de ces entreprises à l'équilibre.
- c. Supposons maintenant que les entreprises fusionnent. Déterminez les niveaux de I et P et le profit de cette nouvelle entreprise à l'équilibre. Comparez à la situation précédente.
- d. Si les deux firmes sont indépendantes, déterminez le niveau de la subvention par logiciel qui permet d'inciter A à produire la quantité optimale de logiciels.

5 points Exercice 3

On s'intéresse au cas d'une région maritime dont l'économie repose sur l'exploitation des ressources en poisson présentes dans la mer. Deux entreprises de pêche (A et B) se partagent le marché du poisson. Chaque jour, chaque entreprise est confrontée au problème suivant : sortir en mer et pêcher 400 poissons, qui lui rapporteront 3 euros chacun ou ne pas sortir en mer afin de permettre le renouvellement de la population des poissons. On suppose que chaque poisson restant dans la mer le jour considéré permet à chaque entreprise d'envisager des perspectives de profits futurs dont le montant actualisé au jour présent est évalué à 2 euros.

- a. Caractériser le bien « poisson ».
- b. Ecrivez ce problème sous forme d'une matrice des jeux rendant compte de l'ensemble des profits actuels et futurs des deux entreprises un jour donné, en supposant que la population des poissons au jour considéré est de 2000.
- c. Définissez l'optimum et l'équilibre de Nash de ce jeu.
- d. L'équilibre de Nash correspond-il à l'optimum ? Expliquez.
- e. Quelle(s) solution(s) à ce problème préconisez-vous ?