
Pour les étudiants qui ne l'ont pas encore fait, merci de :

- vous inscrire à un exposé
- penser à rapporter la fiche pédagogique

pour mardi prochain.

CORRIGE TD 2

Question 2.2.

a. Le TMS est donné par le rapport des utilités marginales.

L'utilité marginale du bien 1 est : $\frac{\partial U^h}{\partial x_1^h} = \frac{1}{x_1^h}$

Et l'utilité marginale du bien 2 est : $\frac{\partial U^h}{\partial x_2^h} = \frac{1}{x_2^h}$.

$$\text{Ainsi, } TMS_{21}^h = \frac{\frac{\partial U^h}{\partial x_1^h}}{\frac{\partial U^h}{\partial x_2^h}} = \frac{x_2^h}{x_1^h}.$$

b.

Question préalable : pourquoi une allocation Pareto-efficace est-elle caractérisée par l'égalité des TMS pour les 2 consommateurs ?

Rappel sur le TMS et le troc :

Le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1 (TMS_{21}), est la quantité de bien 2 qu'il faut donner à un individu qui vient de se voir retirer une unité de bien 1 afin de maintenir sa satisfaction inchangée. C'est aussi la quantité de bien 2 qu'il faut retirer à un individu qui vient de se voir donner une unité de bien 1 afin de maintenir sa satisfaction inchangée.

Que se passe-t-il lorsque 2 individus ont des TMS différents ?

Prenons un exemple :

$$TMS_{21}^1 = 2 \quad \text{et} \quad TMS_{21}^2 = 5$$

On a donc : $TMS_{21}^2 > TMS_{21}^1$

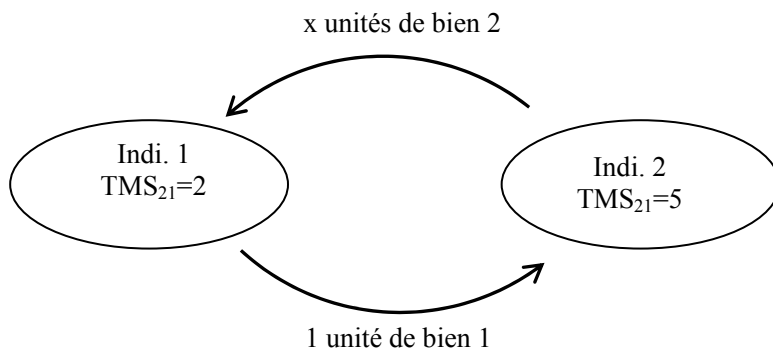
Dans ce cas, on peut montrer que les deux individus ont intérêt à échanger dans le sens :

L'individu 1 donne du bien 1 à l'individu 2

L'individu 2 donne du bien 2 à l'individu 1

L'échange doit se faire à un taux ayant une valeur intermédiaire aux 2 taux observés.

Si on choisit par exemple un taux d'échange de 3 unités de bien 2 contre 1 unité de bien 1, on constate que l'individu 1 est satisfait de l'échange puisqu'il était prêt à céder 1 unité de bien 1 en échange de 2 unités de bien 2 et il reçoit finalement 3 unités de bien 2. De même l'individu 2 est satisfait puisqu'il était prêt à céder 5 unités de bien 2 pour recevoir 1 unité de bien 1 et il n'a finalement besoin de céder que 3 unités de bien 2.



Le même raisonnement serait valable pour n'importe quel taux d'échange compris entre 2 et 5 (2 et 5 sont les cas limite du taux d'échange dans lesquels l'un de deux individus est indifférent à l'échange).

Le troc se poursuit jusqu'au point où les 2 TMS s'égalisent. On atteint alors un optimum de Pareto puisqu'il n'y a plus d'échange possible permettant d'améliorer le sort de l'un de deux consommateurs sans diminuer la satisfaction de l'autre (l'échange à un taux égal au TMS laisse les deux consommateurs indifférents à l'échange et tout échange à un taux inférieur ou supérieur lèse nécessairement l'un des deux consommateurs).

Dans le cadre de l'exercice, une allocation Pareto-efficace est donc définie par : $\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2}$.

Autrement dit, l'équilibre est Pareto-efficace quand les deux consommateurs ont la même quantité de bien 2 relativement au bien 1.

c. Puisqu'il y a 2 unités de bien 1 dans l'économie, on peut écrire :

$$x_1^1 + x_1^2 = 2 \quad \text{soit : } x_1^2 = 2 - x_1^1$$

De même, avec 3 unités de bien 2 :

$$x_2^1 + x_2^2 = 3 \quad \text{soit : } x_2^2 = 3 - x_2^1$$

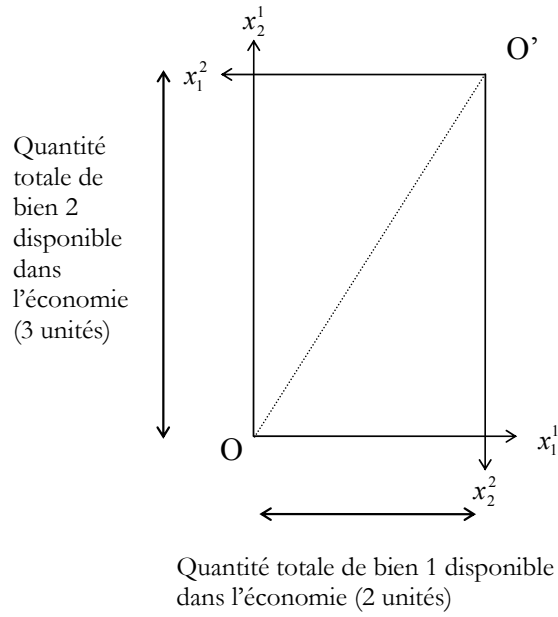
La courbe des contrats, qui est la courbe reliant l'ensemble des optima de Pareto dans un diagramme d'Edgeworth, est donnée par les valeurs de x_1^1 et x_1^2 qui permettent l'égalité des TMS pour les 2 consommateurs, soit :

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{3 - x_2^1}{2 - x_1^1}$$

Après simplification on obtient l'équation de la courbe des contrats :

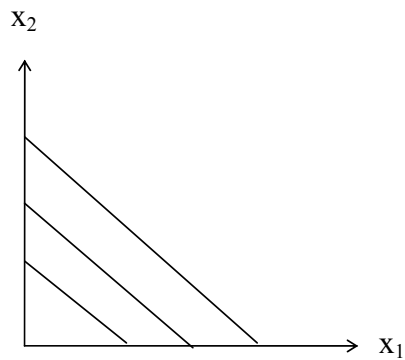
$$\begin{aligned} x_1^1(3 - x_2^1) &= x_2^2(2 - x_1^1) && \Leftrightarrow && 3x_1^1 - x_1^1x_2^1 &= & 2x_2^1 - x_2^1x_1^1 \\ &&& \Leftrightarrow && 3x_1^1 &= & 2x_2^1 \\ &&& \Leftrightarrow && x_2^1 &= & \frac{3}{2}x_1^1 \end{aligned}$$

La courbe des contrats est donc une droite passant par l'origine du quadrant pour le consommateur 1 et ayant une pente de $\frac{3}{2}$.

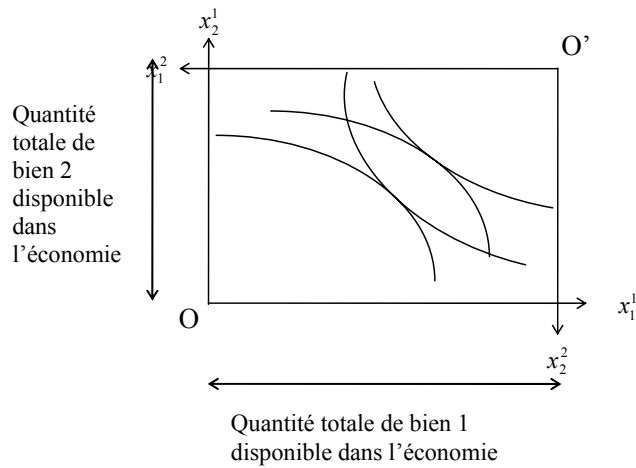


Question 2.3.

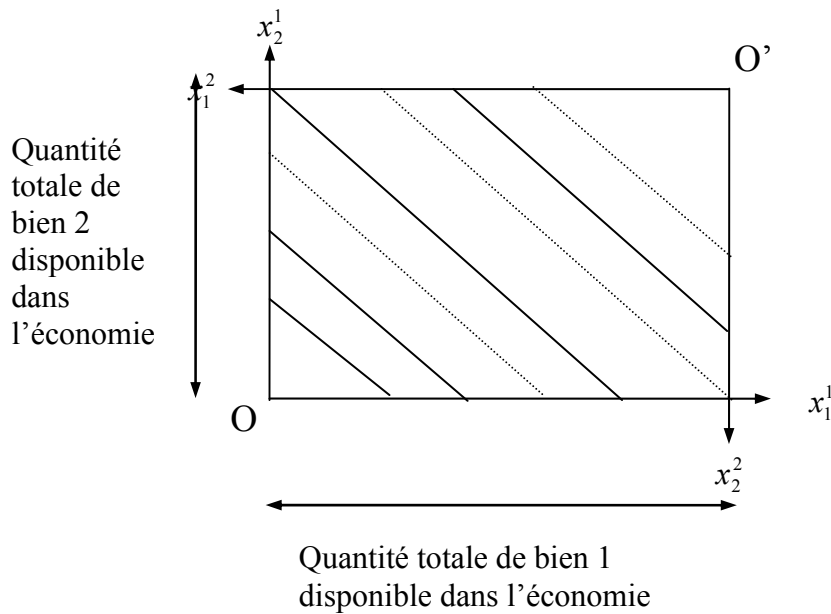
a. Si 2 biens sont des substituts parfaits, ils sont parfaitement équivalents pour le consommateur : une unité de bien 1 procure la même utilité qu'une unité du bien 2. Les courbes d'indifférence sont des droites de pente (-1).



b. Cas « habituel » :

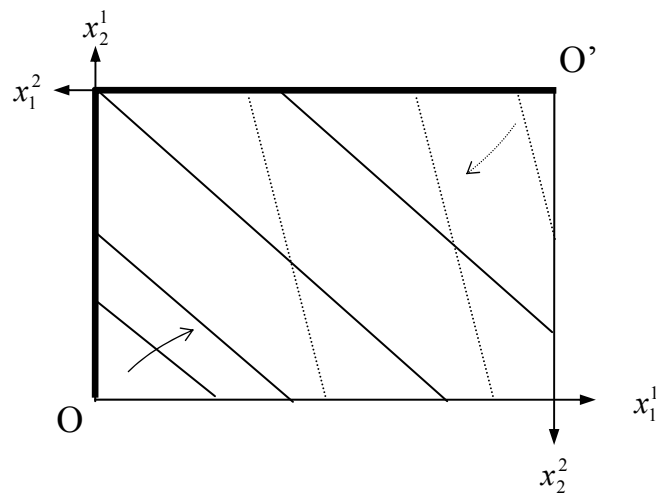


Allocation pareto-efficace = point où il y a égalité des TMS, autrement dit, point de tangence des courbes d'indifférence (en les reliant, on obtiendrait la courbe des contrats).



Les courbes d'indifférence des 2 consommateurs coïncident (sont tangentes) en chaque point du diagramme. Les TSM des deux consommateurs sont égaux pour toute allocation. Autrement dit, toute allocation est pareto-efficace.

c. Consommateur 1 : les 2 biens sont des substituts parfaits
 Consommateur 2 : $1x_1=2x_2$



Les allocations Pareto-efficaces sont sur les bords de la boîte d'Edgeworth (en gras sur le graphique). On peut montrer qu'en ces points il n'est pas possible d'augmenter la satisfaction d'un agent sans diminuer celle de l'autre (partir d'un point et chercher un point qui permet d'augmenter la satisfaction d'un agent sans diminuer celle de l'autre – cf sens des flèches – on tombe toujours sur un des 2 axes en gras).