CHAPITRE I – FIXER LA NORME D'EFFICACITE

1 – INTRODUCTION ---------- **2**

2 – LE CAS D'UNE ECONOMIE DE CONSOMMATION ---------- **2**

2.1 – OPTIMALITE DANS LA CONSOMMATION ---------- 2

2.2 – OPTIMALITE DANS LA CONSOMMATION ET DISPOSITION A PAYER ---------- 5

3 – CARACTERISATION D'UNE SITUATION OPTIMALE : LE CAS D'UNE ECONOMIE DE PRODUCTION ---------- **7**

3.1 – GRAPHIQUEMENT ---------- 8

3.2 – FORMELLEMENT ---------- 10

4 – COINCIDENCE ENTRE PRODUCTION ET CONSOMMATION ---------- **11**

5 – CONCLUSION ---------- **20**

CHAPITRE I – FIXER LA NORME D’EFFICACITÉ

1 – INTRODUCTION

Pour juger si une **politique publique** ou un projet publique améliore la situation de la collectivité **il faut examiner son impact sur l’efficience**. Nous discuterons de l’effet sur la **justice** des allocations au chapitre suivant.

2 – LE CAS D’UNE ECONOMIE DE CONSOMMATION

Pour pouvoir illustrer graphiquement les allocations optimales sur la figure 1, nous nous plaçons dans la même situation à deux biens X et Y et deux individus 1 et 2.

En tout point du diagramme d'Edgeworth correspondant, ou bien les courbes d'indifférence des deux individus se coupent ou bien elles sont tangentes entre elles.

L'ensemble des allocations correspondant au second cas est appelé courbe de contrat. On démontre d'abord que les allocations définies par cette courbe optimale.

2.1 – Optimalité dans la consommation

Soit C l'un des ces points de tangence entre courbes d'indifférence sur la bourbe de contrat (O_1O_2). La partie du diagramme dont la limite inférieure est donnée par la courbe U_1 correspond aux allocations au moins aussi bonnes que celle du point C pour l'individu 1. La partie du diagramme dont la limite supérieure est donnée par la courbe U_2 correspond aux allocations au moins aussi bonnes que celle du point C pour l'individu 2.

On voit que l'intersection de ces deux sous-ensembles ne comprend qu'un seul élément qui est l'allocation du point C.

Il n'y a donc **aucune allocation qui permette, à partir d'un point tel que C, d'accroître le bien-être d'au moins un des deux individus sans réduire celui de l'autre**.

Il en résulte que le point C est, par définition, **une allocation optimale.**

En reprenant le même raisonnement toutes les allocations correspondant à la courbe de contrat (y compris les deux origines O_1 et O_2) sont optimales.

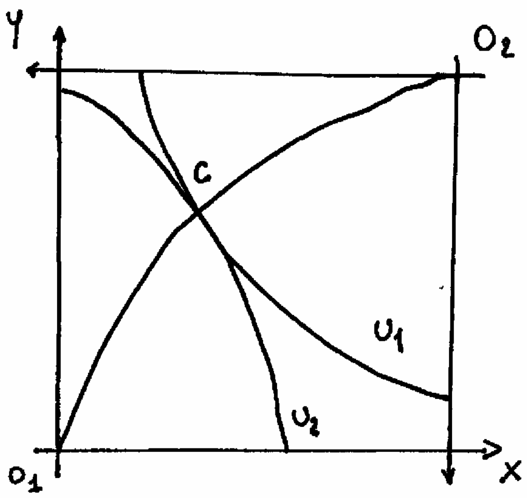

Figure 1 – La courbe des contrats

On démontre ensuite que ces allocations sont les **seules** qui soient optimales.

Le seul autre cas possible est, en effet, celui des allocations correspondant à des points où les courbes d'indifférence *se* **coupent.** Dans cette situation, il existe des allocations supérieures au sens de Pareto à toutes celles correspondant à un point d'intersection entre les deux courbe d'indifférence : ce sont celles qui sont délimitées par une lentille définie à partir, par exemple, d'un point. Les allocations correspondant à une intersection entre deux courbes d'indifférence ne peuvent donc pas être optimales.

Puisque, à l'optimum, les courbes d'indifférence sont tangentes entre elles et que la pente de la tangente en un point d'une courbe d'indifférence est égale au taux marginal de substitution entre les deux biens, une allocation optimale est caractérisée par l'égalité des taux marginaux de substitution des deux individus.

On dit que cette égalité est la condition de l'optimum dans la consommation.

Pour bien en comprendre la signification, supposons que les deux taux marginaux de substitution dY/dX ne soient pas les mêmes pour une allocation donnée.

Par exemple, celui de l'individu 1 est égal à 3 et celui de l'individu 2 est égal à 2. Cela veut dire que pour pouvoir consommer une unité supplémentaire du bien X le premier individu est prêt à sacrifier trois unités du bien Y.

Supposons que l'on prive le second individu d'une unité du bien X. Son taux marginal de substitution étant de 2, il suffit de lui donner deux unités seulement du bien Y. Pour qu'il soit maintenu dans une situation d'indifférence. Si l'on prend des deux unités du bien Y à l'individu 1 préférera la nouvelle allocation à la précédente (il était prêt à donner jusqu'à trois unités du bien Y pour consommer une unité supplémentaire du bien X et on ne lui en prend que deux).

Il en résulte que le bien-être du premier individu augmente et celui du second ne change pas quand on passe de l'allocation initiale à la nouvelle allocation. L'allocation initiale n'était donc pas optimale.

En revanche, si, dans la nouvelle allocation, les deux taux marginaux de substitution son identiques, par exemple égaux à 2, cela signifie que le premier individu est prêt à se priver de deux unités du bien Y pour avoir une unité supplémentaire du bien X.

Or, pour être dédommagé de l'abandon d'une unité du bien X, le second individu a besoin de ces deux unités du bien Y. En d'autres termes une telle réallocation ne ferait que maintenir les deux individus dans une situation d'indifférence. Personne ne peut gagner d'unité sans en faire perdre à l'autre. La situation est donc optimale.

2.2 – Optimalité dans la consommation et disposition à payer

Une autre formulation de la condition de l'optimum dans la consommation est souvent utilisée. Si l'on suppose que le bien Y est le numéraire, le taux marginal de substitution entre X et Y d'un individu s'interprète alors comme sa disposition marginale à payer, c'est-à-dire le nombre d'unités du numéraire dont il est prêt à se priver pour avoir une unité supplémentaire du bien X.

La condition de l'optimum dans la consommation s'exprime alors par l'égalité des dispositions marginales à payer de tous les individus.

Le problème de la recherche d'une allocation optimale est mathématiquement celui de la détermination de l'allocation qui maximise l'utilité d'un individu sous contrainte d'un niveau d'utilité donné de l'autre (c'est une manière de dire qu'elle ne doit pas diminuer) et d'une quantité totale donnée des deux biens. Il s'agit donc de résoudre le problème suivant :

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } \mathrm{U}_1(X_1, Y_2) \\
&S.C \\
&X = X_1 + X_2 \qquad\qquad (1) \\
&Y = Y_1 + Y_2 \\
&\mathrm{U}_2(X_2, Y_2) = cste
\end{aligned}
$$

$$L = U_1(X_1 Y_1) - \lambda_1\left[U_2(X_2 Y_2) - \bar{U}_2\right] - \lambda_2\left[X_1 + X_2 - X\right] - \lambda_3\left[Y_1 + Y_2 - Y\right]$$

Il résulte de la maximisation de la fonction d'utilité du premier individu sous les contraintes indiquées que les conditions de l'optimum sont :

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = \frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1} - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1} = \frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1} - \lambda_3 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = \frac{\lambda_1 \partial U_2(X_2Y_2)}{\partial X_2} - \frac{\lambda_2}{} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2} = \frac{\lambda_1 \partial U_2(X_2Y_2)}{\partial Y_2} - \lambda_3 =$$

Ce qui implique que :

$$\frac{\frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1}}{\frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}$$

$$\frac{\frac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial X_2}}{\frac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial Y_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \qquad (3)$$

donc :

$$\frac{\frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1}}{\frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1}} = \frac{\frac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial X_2}}{\frac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial Y_2}} 0$$

Les rapports des utilités marginales des deux biens doivent êtres égaux entre les individus pour l'optimum soit atteint.

Comme un résultat classique de la théorie des préférences est que ces rapports sont égaux aux taux marginaux de substitution, on retrouve *bien l'égalité des taux marginaux de substitution entre individus, soit* $(dY_1/dX_1) = (dY_2/dX_2)$, *comme condition de l'optimum dans la consommation*.

3 – CARACTERISATION D'UNE SITUATION OPTIMALE : LE CAS D'UNE ECONOMIE DE PRODUCTION

Prendre en compte la production c'est supposer que les biens sur lesquels portent les préférences des consommateurs ne peuvent être obtenus qu'à partir d'autres biens appelés facteurs de production.

Pour simplifier on suppose que ces facteurs ne sont qu'au nombre de deux - le capital (K) et le travail (L) - et qu'ils sont disponibles en quantités fixes.

On admet aussi qu'il n'existe que deux entreprises dont chacune est spécialisée dans la production d'un seul des deux biens. Les conditions techniques de la production de ces biens sont spécifiées par les deux fonctions de production X(Kx, Lx) et Y(Ky, Ly) caractérisées par des rendements non croissants de dimension.

Dans ces conditions une allocation est définie comme une certaine affectation des biens entre les individus et une certaine affectation des facteurs entre les entreprises.

Pour que cette allocation soit optimale, il faut naturellement que les facteurs soient combinés de façon techniquement efficace au sein de chaque entreprise.

Cette condition est généralement supposée remplie de *façon implicite* en considérant que les techniques utilisées dans chaque entreprise sont celles qui correspondent à la fonction de production. Cela étant, du fait que la production de chaque bien est maintenant une variable et qu'une certaine quantité de chaque facteur est disponible pour réaliser ces productions il résulte deux problèmes nouveaux :

Le premier est relatif à la définition d'une allocation optimale des facteurs entre les entreprises. Puisque le bien-être n'est plus directement en jeu, le critère de Pareto doit être redéfini par référence aux volumes de production.

Il se formule comme suit : une allocation e facteurs A est supérieure au sens de Pareto à une autre allocation B si la production d'au moins un bien est plus élevée dans A que dans B et celle d'aucun autre n'est plus faible. Compte tenu de cette définition une allocation de facteurs est *optimale s'il n'en existe pas d'autre qui lui soit supérieure au sens de Pareto, autrement dit s'il n'est plus possible d'accroître la production d'un bien sans réduire celle d'un autre.*

3.1 – Graphiquement

On peut caractériser une allocation optimale en raisonnant graphiquement d'une façon très proche de celle que nous avons utilisée à propos de l'optimalité dans une économie de consommation.

Le diagramme d'Edgeworth représenté sur la figure 2 a pour base et hauteur, respectivement, la qualité K du facteur capital et la quantité L du facteur travail disponibles dans l'économie.

A partir du point A considéré comme origine on représente les quantités de capital en abscisse et de travail en ordonnée affectées à la production du bien X.

Les isoquantes relatives à ce bien peuvent ainsi être représentées à l'intérieur du rectangles ABCD.

On procède de même pour les quantités de capital et de travail affectées à la production du bien Y à partir du point C comme origine. Les isoquantes relatives au bien Y peuvent ainsi être ajoutées à l'intérieur du même rectangle.

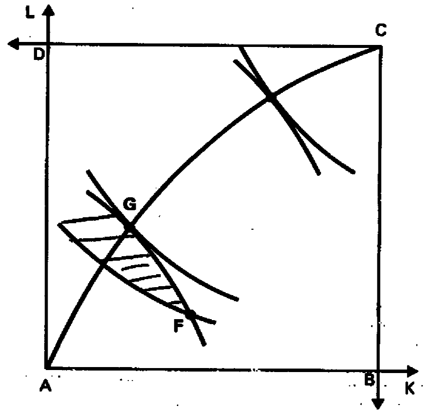

Figure 2 – Allocation optimale des facteurs de production

Comme pour les courbes d'indifférence dans le diagramme relatif à la consommation, deux cas sont possibles en chaque point du plan.

Ou bien des deux isoquantes passant par ce point ce coupent, ou bien elles sont tangentes entre elles.

S'il s'agit d'un point d'intersection, comme F sur la figure 2, les deux isoquantes délimitent une zone comprise entre elles dont tous les points sont des allocations supérieures au sens de Pareto par rapport à l'allocation de référence (on peut produire plus d'au moins un bien et pas moins de l'autre).

De telles allocations ne sont donc pas optimales. S'il s'agit au contraire d'un point en lequel les deux isoquantes sont tangentes entre elles, comme G, aucune réallocation n'est donc optimale.

L'ensemble de ces allocations est équivalent à l'ensemble des points de la courbe reliant entre eux les points où il y a tangence entre les isoquantes, c'est-à-dire de la courbe dit également, en l'occurrence, de contrat.

Comme on sait que la pente de la tangente en un point d'une isoquante est égale au taux marginal de substitution entre facteurs, *il en résulte que la condition de l'optimum dans la produc-*

tion est l'égalité des taux marginaux de substitution entre facteurs pour tous les biens.

3.2 – Formellement

Ce résultat peut être retrouvé mathématiquement en observant que le problème de la recherche d'une allocation optimale des facteurs se ramène à celui de la maximisation de la fonction de production d'un bien sous contrainte d'une production donnée de l'autre bien et d'une quantité totale donnée de chacun des facteurs, soit :

$$MaxX = X(K_x, L_x)$$

$$sc.$$

$$K = K_x + K_y \qquad (4)$$

$$L = L_x + L_y$$

$$Y = Y(K_y, L_y) = cste$$

On traite ce problème par la même méthode que celle utilisée à propos de la dérivation de la condition de l'optimum dans la consommation

$$L = X\ (K_x L_x) - \lambda_1\left[Y(K_y L_y) - \bar{Y}\right] - \lambda_2\left[K - K_x - K\right] - \lambda_3\left[L\ + L_x - L_y\right] (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Kx} = \frac{\partial X}{\partial Kx} - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_x} = \frac{\partial X}{\partial Lx} - \lambda_3 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial K_y} = \frac{-\lambda_1 \partial Y}{\partial K_y} - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial L_y} = \frac{-\lambda_1 \partial Y}{\partial L_y} - \lambda_3 = 0$$

donc :

$$\frac{\dfrac{\partial X}{\partial Kx}}{\dfrac{\partial X}{\partial Lx}} = \frac{\dfrac{\partial Y}{\partial K_y}}{\dfrac{\partial Y}{\partial L_y}}$$

Cette solution nous indique que, pour qu'il y ait optimum, le rapport des productivités marginales des facteurs dans la production d'un bien doit être égal au rapport des productivités marginales de ces mêmes facteurs dans la production de tout autre bien.

Comme le rapport des productivités marginales est égal au taux marginal de substitution entre facteurs, on retrouve bien l'égalité entre aux marginaux de substitution entre facteurs, $(dL_X/dK_X) = (dL_y/d_K)$, comme condition de l'optimum dans la production.

4 – COINCIDENCE ENTRE PRODUCTION ET CONSOMMATION

Le second problème que pose la recherche d'une allocation optimale dans une économie de production est qu'il ne suffit pas que les facteurs de production soient affectés optimalement par référence à la condition qui vient d'être précisée, il faut aussi qu'ils soient par référence à ce qui l'objectif final de l'économie : satisfaire aux mieux les besoins des consommateurs. Autrement dit il faut que la production soit optimalement adaptée à la consommation.

Pour bien comprendre ce problème est sa solution, revenons à la courbe de contrat de la figure 2.

Par définition des isoquantes à chaque point de la courbe du contrat en lequel les isoquantes sont tangentes entre elles correspond une certaine production de l'un et l'autre bien.

Reportons sur la figure 3, où la quantité de X est mesurée en abscisse et celle de Y en ordonnée, chacune de ces paires de volumes de production indiquées par les deux isoquantes que nous rencontrons en chaque point de la courbe de contrat en nous déplaçant de A vers C sur la figure 3. On obtient ainsi sur la figure 3 la courbe AC appelée "courbe des productions possibles" ou "courbe de transformation".

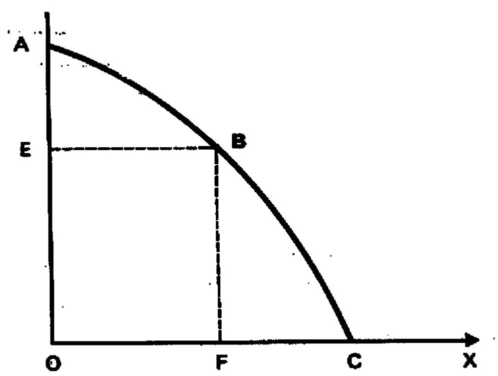

Figure 3 – Courbe de transformation

La courbe de la figure 3 indique, compte tenu de la quantité totale disponible de chaque facteur, la quantité maximum d'un bien que l'on peut obtenir pour une quantité donnée de l'autre lorsque les facteurs de la courbe de contrat de la figure 3.

On peut démontrer que cette courbe est concave par suite d'hypothèse de rendements de dimension non croissants et en supposant que les intensités factorielles ne sont pas les mêmes dans les deux entreprises.

A partir d'un point tel que B la courbe de transformation indique de combien on peut accroître la production du bien Y lorsque l'on réduit la production du bien X d'un certain nombre d'unités.

Le mot "transformation" correspond évidemment à une image : ce ne sont pas les biens eux-mêmes qui se transforment de X et Y, c'est la composition de la production qui se modifie par suite d'un changement dans l'affection des facteurs entre les entreprises. *Ce rapport dY/dX est appelé taux de transformation.*

Lorsque la variation considérée du bien X est d'une seule unité, on parle de taux marginal de transformation, *que l'on note dY/dX. Il correspond à la pente de la tangente en un point de la courbe de transformation.*

La courbe de transformation va nous permettre d'illustrer la condition de l'optimum dans la relation entre production et consommation.

Supposons d'abord qu'il n'y ait qu'un seul consommateur dans l'économie et reportons sur la figure 5 ses courbes d'indifférence en même temps que la courbe de transformation de la figure 4.

Il est immédiat qu'une allocation optimale du point de vue de la production (puisque nous sommes sur la courbe de transformation) telle que celles correspondant aux point D ou E n'est pas cependant satisfaisante. Il serait possible d'accroître le bienêtre de l'individu en passant de l'une de ces allocations à l'allocation F.

En F, au contraire, il est impossible de modifier la composition de la production d'une manière qui augmente le bien-être de l'individu en question.

La situation y est optimale. On voit que cette allocation est caractérisée par la tangence entre une courbe d'indifférence et la courbe de transformation. Or la pente de la tangente en un point de la courbe d'indifférence est égale au taux marginal de substitution et celle de la courbe de transformation est égale au taux marginal de transformation. On voit ainsi que la condition de l'optimum dans la relation entre production et consommation est qu'il y ait égalité entre le taux marginal de substitution de l'individu qui compose, à lui tout seul pour le moment, l'économie considérée.

Le sens de cette condition peut être compris en observant ce qui se passe si elle n'est pas remplie. Supposons, par exemple, comme au point E que le taux marginal de transformation est supérieur au taux marginal de substitution.

Cela signifie que, si l'on réduit la production de X d'une unité, on pourra produire plus d'unités de Y qu'il n'est nécessaire pour maintenir l'individu au même niveau d'utilité. Il était donc possible d'augmenter bien-être de cet individu et la situation n'est donc pas optimale.

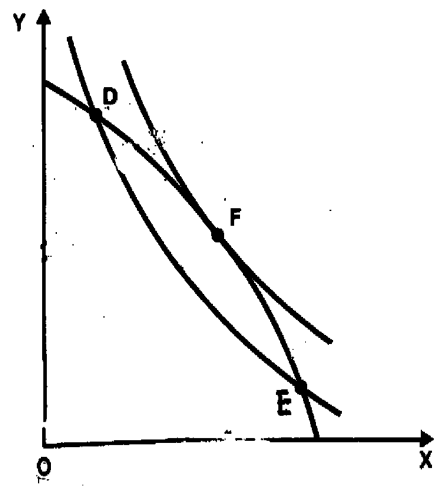

Figure 4 – Relation entre production et consommation (un individu)

Introduisons maintenant un second individu. On peut illustrer, dans ce cas, la condition de l'optimum à l'aide de la figure 6.

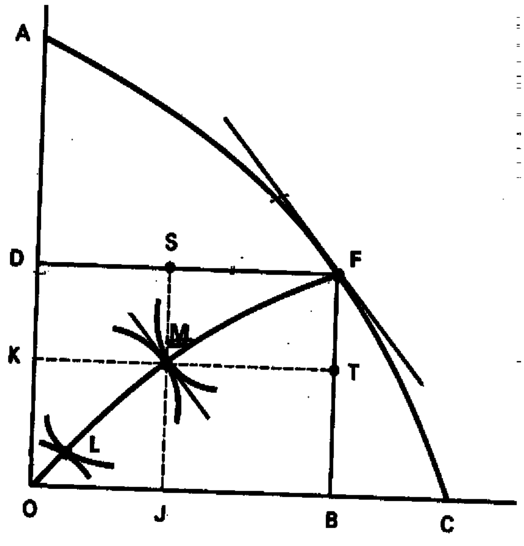

Figure 5 – Optimum avec deux individus

Soit F sur la courbe de transformation, le point correspondant à une allocation quelconque de biens réalisée par une allocation optimale de facteurs. Compte tenu des quantités OB et OD des deux biens on peut représenter sur cette figure le diagramme d'Edgeworth correspondant (qui est analogue à celui de la figure 2). Les courbes d'indifférence de l'individu 1 sont représentées à partir de l'origine O et celles de l'individu 2 à partir du point F comme origine.

En tout point de la courbe de contrat OF les allocations sont optimales dans la consommation. Mais toutes ces allocations n'assurent pas l'optimalité dans la relation entre la consommation et la production. Il faut, pour cela, que le taux marginal de substitution dans la consommation qui est commun aux deux individus sur la courbe de contrat soit égal aux taux marginal de transformation.

Graphiquement une telle égalité est obtenue lorsque la pente des deux courbes d'indifférence en un point de la courbe de contrat (qui mesure le taux marginal de substitution) est égale à la pente de la courbe de transformation en F (qui mesure le taux marginal de transformation.

Soit M un tel point. En donnant OJ du bien X et OK du bien Y au premier individu et le reste, soit JB du bien X et DK du bien Y, au second individu, la quantité totale des deux biens est affectée aux deux individus d'une manière optimale du point de vue de la relation entre production et consommation.

La figure 6 fait ainsi apparaître en M une allocation qui est optimale aux trois points de vue indiqués. Elle est optimale dans la consommation puisque le point se trouve sur la courbe de contrat. Cette allocation implique une production OB du bien X et OD de Y qui est optimale dans la relation entre la production et la consommation comme nous venons de le voir dans l'alinéa précédent.

Enfin cette allocation est optimale dans la production puisque les quantités totales des deux biens correspondent à un point F sur la courbe de transformation qui est construite en s'assurant que les taux marginaux de substitution entre facteurs sont identiques dans les deux productions.

Mais cette allocation correspondant au point F n'est *que l'une* de toutes celles qui sont définies par la courbe de transformation.

A chaque point sur cette courbe on peut faire correspondre un diagramme d'Edgeworth d'une hauteur et d'une base différentes de celles du diagramme que nous avons représenté sur la figure 6. A chaque combinaison de volumes ce production pour le bien X et le bien Y il y a ainsi une certaine affectation de ces deux bien à chacun des deux individus qui remplit les trois conditions de l'optimum.

Nous retrouvons ici un résultat déjà déduit de l'examen de l'économie de consommation. De même que, dans cette dernière il y a autant d'allocations optimales que de points sur la courbe de contrat, *il y a, dans une économie de production, autant d'allocations optimales que de points sur la courbe de transformation.*

Chaque de ces point déterminant une certaine affectation de la production entre les individus, à chaque point sur la courbe de transformation correspond un point sur chacune des courbes de contrat que l'on peut établir en fonction de la position où l'on se trouve sur la courbe de transformation.

La courbe des possibilités de production de la figure 4 est la graphe d'une fonction de transformation que l'on écrit sous la forme implicite (voir annexe en fin de chapitre) T(X,Y)=cste,[1] pour simplifier.

Cette fonction, comme sa représentation graphique a permis de le voir, tient compte de la contrainte sur la disponibilité des facteurs de production et implique qu'il y a optimalité dans l'utilisation des facteurs de production.

Dans ces conditions la recherche d'une allocation optimale des facteurs se réduit à celle de la maximation de l'utilité d'un individu sous contrainte que celle de l'autre est maintenue à un

[1] T(X,Y)=cste signifie « pour un niveau de production optimal donné ». Il représente l'ensemble des couples de biens de consommation qui respectent les conditions optimales de production.

niveau donné et que les données qu'exprime la fonction de transformation sont prises en compte. En d'autres termes il s'agit de résoudre le problème suivant :

$$\begin{aligned} & Max U_1(X_1, Y_1) \\ & sc. \\ & U_2(X_2, Y_2) = U_2^0 = cst \\ & T(X, Y) = cst \end{aligned} \qquad (6)$$

Le lagrangien correspondant à ce problème est :

$$L = U_1(X_1Y_1) - \lambda_1\left[U_2(X_2Y_2) - \bar{U}_2\right] - \lambda_2 T(X, Y)$$

Les conditions de maximation de cette fonction impliquent que :

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = \frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_1} = \frac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = \frac{\lambda_1 \partial U_2(X_2Y_2)}{\partial X_2} - \frac{\lambda_2}{} \frac{\partial T}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2} = \frac{\lambda_1 \partial U_2(X_2Y_2)}{\partial Y_2} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\dfrac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1}}{\dfrac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1}} = \frac{\lambda_2 \dfrac{\partial T}{\partial Y}}{\lambda_2 \dfrac{\partial T}{\partial X}} = \frac{\dfrac{\partial T}{\partial Y}}{\dfrac{\partial T}{\partial X}}$$

$$\frac{\dfrac{\partial U_2(X_1Y_1)}{\partial Y_2}}{\dfrac{\partial U_2(X_1Y_1)}{\partial X_2}} = \frac{\lambda_2 \dfrac{\partial T}{\partial Y}}{\lambda_2 \dfrac{\partial T}{\partial X}} = \frac{\dfrac{\partial T}{\partial Y}}{\dfrac{\partial T}{\partial X}}$$

et :

$$\frac{\dfrac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1}}{\dfrac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1}} = \frac{\dfrac{\partial U_2(X_1Y_1)}{\partial Y_2}}{\dfrac{\partial U_2(X_1Y_1)}{\partial X_2}} = \frac{\dfrac{\partial T}{\partial Y}}{\dfrac{\partial T}{\partial X}}$$

$$\frac{\dfrac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial X_2}}{\dfrac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial Y_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}$$

donc : (7)

$$\frac{\dfrac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial X_1}}{\dfrac{\partial U_1(X_1Y_1)}{\partial Y_1}} = \frac{\dfrac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial X_2}}{\dfrac{\partial U_2(X_2Y_2)}{\partial Y_2}}$$

C'est-à-dire que le taux marginal de substitution dans la consommation du premier individu est égal au taux marginal de substitution dans la consommation du deuxième individu, l'un et l'autre étant égal aux taux marginal de transformation.

5 – CONCLUSION

En résumé, dans une économie de production correspondant au modèle simple utilisé, il y a optimum lorsque les trois conditions suivantes sont remplies :

Efficacité dans la consommation : les taux marginaux de substitution entre biens dans la consommation de tous les individus doivent être égaux.

Efficacité dans la production : les taux marginaux de substitution entre les facteurs de production de tout les biens doivent être égaux.

Efficacité dans la relation entre production et consommation : le taux marginal de transformation doit être égal au taux marginal de substitution dans la consommation de chaque individu.

Ces conditions sont nécessaires. Elles sont également suffisantes compte tenu de l'hypothèse de **convexité**[2] faite sur les ensembles de consommation et de production.

On observera qu'elles doivent être complétées par d'autre, que nous ne donnerons pas, lorsque l'on s'intéresse à des économies dans lesquelles, par exemple, les quantités totales de facteurs sont variables, plusieurs périodes sont distinguées et il existe de l'incertitude.

---

[2] Voir annexe sur la convexité (à faire)