CORRIGE TD 6

<u>Question 6.4.</u> Second rang.

Complément à l'énoncé : Le gouvernement envisage de taxer les 2 biens.

a. Le consommateur tire son revenu du temps qu'il passe à travailler (wl) et le dépense entièrement pour acheter des biens ($q_1x_1 + q_2x_2$).
En l'absence de taxes, sa contrainte budgétaire peut donc s'écrire : $q_1x_1 + q_2x_2 = wl$

Dans la mesure où le gouvernement envisage de taxer les 2 biens, les prix pour le consommateur s'écrivent en réalité : (q_1+t_1) et (q_2+t_2) et la contrainte budgétaire devient :
$(q_1 + t_1)x_1 + (q_2 + t_2)x_2 = wl$
De plus, on sait que $q_1 = q_2 = w = 1$, d'où : $\boxed{(1+t_1)x_1 + (1+t_2)x_2 = l}$

b. Le programme du consommateur peut s'écrire :
Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - l$
s.c. $(1+t_1)x_1 + (1+t_2)x_2 = l$

Le problème peut se résoudre à :
Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - (1+t_1)x_1 - (1+t_2)x_2$

La condition nécessaire pour le bien i (i=1,2) est :
$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i} - (1+t_i) = 0$$
soit : $\boxed{x_i = \frac{1}{1+t_i}}$

Ce résultat confirme que la condition requise pour appliquer la règle de l'élasticité inverse est satisfaite.

c. La règle de l'élasticité inverse indique que : $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\varepsilon_2^d}{\varepsilon_1^d}$

Dans la mesure où les fonctions de demande pour les 2 biens sont identiques, on a : $\varepsilon_1^d = \varepsilon_2^d$,
soit : $\frac{\varepsilon_2^d}{\varepsilon_1^d} = 1$.

Ainsi, la règle de l'élasticité inverse indique que : $\frac{t_1}{t_2} = 1$ et donc : $\boxed{\mathrm{t}_1 = \mathrm{t}_2 = \mathrm{t}}$.

[Remarque, si on voulait vérifier que les deux biens ont la même élasticité prix, on procéderait de la manière suivante :
$$\varepsilon_i^d = \frac{q_i}{x_i}\frac{dx_i}{dq_i}$$
Dans notre cas, avec un prix égal à 1 et une taxe t_i sur chaque bien, on a : $\varepsilon_i^d = \frac{1+t_i}{x_i}\frac{dx_i}{d(1+t_i)}$

En utilisant la fonction de demande qu'on a calculé en b, on obtient :

$$\varepsilon_i^d = \frac{1+t_i}{\frac{1}{1+t_i}} \times \left(-\frac{1}{(1+t_i)^2}\right) = -1$$

Les 2 biens ont donc une élasticité de -1.]

d. Le revenu du gouvernement est défini par :

$$R = t_1 x_1 + t_2 x_2 = t\frac{1}{1+t} + t\frac{1}{1+t} = \frac{2t}{1+t}$$

$R = 1$ implique donc : $\frac{2t}{1+t} = 1$ soit $\boxed{t = 1}$.

e. Comme on le reverra dans le TD 11, la plupart des taxes sont distortives, au sens où elles génèrent des effets de substitution qui sont à l'origine de pertes de bien-être. L'objet de cette question consiste à montrer que le type de taxation proposé ici est effectivement distortif (donc de second rang) en comparant le niveau d'utilité atteint par le consommateur dans cette situation avec le niveau d'utilité qu'il atteindrait avec une taxation « idéale », non-distorsive, de premier rang (*lump-sum* ou forfaitaire, sans effet de substitution).

Avec t = 1, le niveau de demande est : $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

Le niveau d'utilité du consommateur est donc :

$$U = \log(x_1) + \log(x_2) - (1+t_1)x_1 - (1+t_2)x_2 = \log(\tfrac{1}{2}) + \log(\tfrac{1}{2}) - (1+1)\tfrac{1}{2} - (1+1)\tfrac{1}{2} = 2\log(\tfrac{1}{2}) - 2$$

$$\boxed{U = -3.39}$$

Si on avait utilisé une taxation forfaitaire, on aurait retiré un montant T=1 au revenu total du consommateur (pour avoir un revenu du gouvernement R équivalent à celui perçu avec la taxation précédente, sans générer d'effet substitution). La contrainte budgétaire du consommateur s'écrirait alors : $x_1 + x_2 = l - 1$

Le programme de maximisation du consommateur devient :

Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - l$

s.c. $x_1 + x_2 = l - 1$

Le problème peut se résoudre à :

Max. $U = \log(x_1) + \log(x_2) - x_1 - x_2 - 1$

La condition nécessaire pour le bien i (i=1,2) est :

$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i} - 1 = 0$ soit : $x_1 = x_2 = 1$ et $l = 3$

Le niveau d'utilité du consommateur est alors :

$U = \log(1) + \log(1) - 3$

$$\boxed{U = -3}$$

La taxation forfaitaire permet d'atteindre un niveau d'utilité supérieur à la taxation des deux biens. Elle n'est cependant pas toujours possible ou souhaitable (problèmes d'équité par exemple). C'est pourquoi on a recours à des taxes distortives, de second rang (dans le cas présent, la distorsion provient d'un effet substitution consommation-travail).