1. Problèmes d'agence

Les problèmes d'agence se répartissent généralement en deux catégories, en fonction de la nature de l'imperfection d'information :

- L'antisélection
- L'aléa moral

En anglais, on parle « d'adverse sélection », ce qui conduit parfois à l'utilisation de « sélection adverse » pour désigner les cas où le principal ignore une caractéristique de l'agent qui a un impact sur l'issue de l'accord entre l'agent et lui.

1.1. L'antisélection

L'exemple canonique de l'antisélection est le problème de l'assurance.

Le principal est alors un assureur, qui propose un contrat, par exemple d'assurance automobile. Il fixe pour son contrat un prix unique p, car il ne peut pas connaître à l'avance la qualité de l'ensemble de ses clients (il peut y avoir de bons ou de mauvais conducteurs). Pour simplifier, p peut être présenté comme le coût des accidents du conducteur moyen.

Du point de vue du client potentiel, ce contrat est d'autant plus intéressant qu'il est mauvais conducteur, car alors le montant du coût de ses accidents devient supérieur au prix de l'assurance (ce qui revient pour lui à payer une assurance au prix p, couvrant l'ensemble de ses accidents qui lui reviennent pourtant au prix p' > p).

Dans l'ensemble des conducteurs, l'assureur va donc assurer l'ensemble des mauvais conducteurs, ceux dont les accidents coûtent plus que p, et seulement une partie des bons, car ces derniers préfèrent supporter sur leur dépenses propres le coût de leurs rares accidents, plutôt que de payer une assurance potentiellement inutile. Au final, le contrat sélectionne donc les clients dont l'assureur ne voudrait a priori pas (car ils lui font perdre de l'argent), et n'intéresse pas ceux qui lui rapporteraient le plus.

Pour résoudre ce problème, l'assureur peut améliorer son information sur l'agent (l'assuré), par exemple en prenant en compte dans le contrat les accidents passés de l'agent, qui informent sur sa qualité de conducteur. C'est la base du système des bonus/malus. Parallèlement, l'assureur peut proposer des contrats en deux parties, qui obligent les agents à s'auto-sélectionner, et ainsi à révéler leur qualité. De tels contrats comportent typiquement une prime et une franchise. Sous certaines conditions, il est ainsi possible de proposer d'une part un contrat à forte prime et faible franchise, choisi par les mauvais conducteurs, et un contrat à faible prime et forte franchise, choisi par les bons conducteurs.

Formulation mathématique

Suivant la convention habituelle, nous notons P le principal et A l'agent. Chaque agent est caractérisé par un paramètre d'effort pour éviter les accidents $\theta \in [0,1]$, inobservable par le principal.

Supposons d'abord que le principal propose un contrat unique d'assurance de prix p, sans franchise. L'agent θ retire du contrat une utilité $u(\theta,p)$, et le principal un profit (qui peut être négatif) $\pi = p - c(\theta)$, où c est le coût probable d'assurer l'agent (le coût d'un accident multiplié par la probabilité pour cet agent d'avoir un accident).

Il est clair que l'agent ne souscrit le contrat que si :

$$u(\theta, p) \geq 0 \quad (1)$$

On appelle (1) une contrainte de participation

Moyennant un réordonnancement des agents, on peut supposer que $u(\theta,p)$ est croissante en θ et décroissante en p. De même on peut supposer que $c(\theta)$ est croissant en θ. θ peut par exemple se comprendre comme la probabilité d'avoir un accident.

L'ensemble des souscripteurs est alors de la forme $\left[\theta_0, 1\right]$.

Le principal fait alors un profit :

$$\Pi(p) = \int_{\theta_0}^{1} p - c(\theta) d\theta \quad (2)$$

Avec la contrainte de participation: $u(\theta_0, p) = 0$

Si le principal connaissait θ, il pourrait faire payer à chaque agent un prix $p^*(\theta)$ tel que $u(p^*(\theta), \theta) = 0$. Il ferait alors un profit :

$$\Pi^* = \int_{0}^{1} p^* - c(\theta) d\theta \quad (3)$$

Si les agents sont averses au risque, $\forall \theta, p^*(\theta) > c(\theta) d\theta$. Il est alors clair que Π^* est le profit maximal que peut faire l'assureur.

La différence $\Pi(p) - \Pi^*$ correspond au coût pour l'assureur de l'aléa moral.

1.2. Aléa moral

Ce terme désigne les cas où un agent s'engage à accomplir une action pour le compte d'un principal alors que le résultat final de l'action dépend d'un paramètre connu de l'agent mais pas du principal. On le désigne parfois sous le nom de « *hasard moral* », calque de l'anglais « *moral hazard* » (qui aurait dû être traduit par l'expression « risque comportemental »). En effet, l'asymétrie d'information dote l'agent de la possibilité d'utiliser à son avantage son information privée, sans que cet abus soit constatable par le principal ou un tiers (puisque par définition, seul l'agent en est conscient). Il bénéficie donc d'une rente informationnelle.

Ce type de problème surgit dès que, dans une relation entre deux acteurs, un paramètre dont dépend le résultat de l'action ne peut être inclus dans l'accord liant les deux agents, soit parce que qu'il n'est connu que par un des deux agents, soit parce qu'il ne peut être constaté par un tiers arbitre en cas de conflit.

L'exemple de référence de l'aléa moral est la relation entre un propriétaire terrien et l'exploitant de cette terre. On suppose que le propriétaire ne peut pas juger directement du travail de l'exploitant. On suppose en outre qu'aucune autre considération morale (amour du travail bien fait, réputation, perspectives futures, etc.) n'entre en ligne de compte : le principal comme l'agent agissent seulement en fonction de leur revenu dans cette affaire.

Le propriétaire dispose en outre de trois types de contrats qu'il peut imposer à l'exploitant :

Le salariat : le propriétaire fournit le matériel et garde la récolte, il paie à l'exploitant une somme fixée ex ante ;

Le métayage : les frais et la récolte sont partagés à moitié chacun entre le propriétaire et l'exploitant

(nota : les vrais contrats de métayage peuvent prévoir un partage dans d'autres proportions) ;

Le fermage : l'exploitant supporte tous les risques et frais, garde la récolte, et paie au propriétaire un loyer fixé à l'avance.

Ce problème s'analyse en théorie des jeux comme un jeu à somme non nulle. Le propriétaire joue le premier coup en choisissant le contrat, l'exploitant joue le second coup en optimisant ses gains, ce qui détermine les gains globaux et ceux du propriétaire.

Trois paramètres entrent en ligne de compte :

L'optimisation globale de l'exploitation (le profit, pour faire simple) ;

La relation entre ce profit et le revenu de l'exploitant, qui détermine les efforts de l'exploitant ;

La relation entre le profit et les revenus du propriétaire (selon les efforts de l'exploitant).

Le salariat apparait dans ce cas comme la pire des solutions pour le propriétaire : l'exploitant n'a aucun intérêt à faire d'effort, puisque son revenu est fixe. La production tend vers zéro, le propriétaire est assuré de faire une perte égale au salaire versé.

Le métayage est déjà bien meilleur : dans une certaine mesure plus l'exploitant investit et travaille, plus il reçoit au final, et plus le propriétaire reçoit également. Mais, si les rendements sont décroissants (hypothèse plausible), il vient un moment où un effort de +1 du métayer augmente le profit de moins de +2, et donc augmente le revenu du salarié de moins de 1 : le métayer y perd. Le profit global est limité, et le revenu du propriétaire également. En revanche, le propriétaire n'a besoin d'aucune information ex ante.

Enfin, c'est le fermage qui assure le mieux l'optimalité de l'exploitation : l'exploitant étant le créancier résiduel de la récolte, il fournira l'effort qui maximise le produit de la terre, puisqu'une fois payé le fermage, le reste va dans sa poche. Le profit global est plus haut que dans le cas du métayage. En revanche, le propriétaire doit fixer le niveau du fermage qu'il exige, et il a besoin pour cela d'informations ex ante (par exemple le niveau de la récolte moyenne, le prix de la main d'œuvre de l'exploitant, le prix du risque climatique et économique, ...) : concrètement, il a besoin d'avoir l'expérience d'un exploitant (par exemple pour l'être ou l'avoir été lui-même). En l'absence de ces informations, le propriétaire sait seulement qu'il peut exiger un fermage un peu supérieur à ce qu'il obtiendrait en métayage (ce qui ne lui sert à rien, à défaut d'avoir un métayage de référence), et il doit plutôt proposer un métayage.

Formulation mathématique

Reprenons l'image de l'exploitation agricole. Dans un premier temps, supposons que le propriétaire prend toute la récolte R, moins ce que mange le paysan S. La récolte R dépend de l'effort fait par le paysan e et de la météo θ : R = R(e,θ). Le propriétaire ne peut connaître ni l'effort fait par le paysan, ni la météo. On suppose que R est strictement croissante en e, et que $\frac{\partial R(e,\theta}{\partial e}$ est strictement décroissante en e (il arrive un moment où faire plus d'effort n'augmente que très peu la récolte).

Le propriétaire veut que le paysan fasse l'effort qui maximise la récolte : $\max_e \left\{ R(e,\theta) \right\}$.

Le paysan, lui, a une utilité du type :

U = R − P − e (4)

où P est la part de la récolte prise par le propriétaire. Ici, le propriétaire prend tout sauf

S : U − S − e (5)

Il va donc minimiser son effort sous contrainte d'avoir à manger : $\min_e \left\{ R(e,\theta) > S \right\}$

[Nota : l'auteur semble supposer que le paysan connait θ ; sinon le problème de minimisation ci-dessus serait mal défini.]

Le paysan va donc faire l'effort minimum, e_{s1}, et dire au propriétaire que la météo a été mauvaise. Le propriétaire, victime de l'aléa moral, ne peut prouver le contraire.

Supposons maintenant que le propriétaire examine les différents moyens d'exploiter sa terre vus plus haut. L'exemple que nous venons de traiter est celui du salariat. Le propriétaire n'en retire aucun revenu.

Dans le cas du métayage, le propriétaire prélève une part $q \in \left\{ 0,1 \right\}$ de la récolte. Son revenu est donc :

P = qR (6)

Le métayer a ainsi une utilité :

U = (1 − q)R − e (7)

Son programme est donc :

$$\max_e \left\{ 1 - qR(e,\theta) - e \right\} \quad (8)$$

La solution de ce programme est telle que :

$$\frac{\partial (1-q)R(e,\theta)}{\partial e} = 0 \quad (9)$$

c'est-à-dire la valeur

$$e_m(1-q)\frac{\partial R(e,\theta)}{\partial e}=1 \qquad (10)$$

C'est l'effort tel que la part du surplus de récolte qui découle d'un accroissement marginal de l'effort du paysan est égale à la désutilité de son effort (voir rendements marginaux).

Dans le cas du fermage, le propriétaire reçoit une somme fixe F.

Le fermier a alors l'utilité :

$$U = R - F - e \qquad (11)$$

Son programme est donc :

$$\max_e \left\{R(e,\theta) - F - e\right\} \qquad (12)$$

Et la solution ef

$$\frac{\partial R(e,\theta)}{\partial e}(e_f,\theta)=1 \qquad (13)$$

On a immédiatement :

$$\frac{\partial R(e,\theta)}{\partial e}(e_f,\theta)=1<\frac{\partial R(e,\theta)}{\partial e}(e_m,\theta)=1/1-q \qquad (14)$$

Comme $\frac{\partial R(e,\theta)}{\partial e}$ est décroissante en e, il en découle :

$$ef > em \qquad (15)$$

Comme R est croissante en e, on a donc :

$$R(ef,\theta) > R(em,\theta) \qquad (16)$$

Le fermage conduit donc le fermier à faire un effort qui maximise la récolte, tout ce qui reste étant pour lui une fois que payé le loyer F.

On voit également le comportement du propriétaire avisé : il commence par passer sa terre en métayage, ce qui lui permet de toucher R(em,θ), puis il passe en fermage, et il demande un affermage F > R(em,θ) (puisqu'il sait que la récolte sera plus importante qu'en cas de métayage)[1].

---

[1] L'auteur a supposé implicitement que le paysan était neutre au risque. Lui faire supporter tous les risques est alors optimal. Il n'en irait pas nécessairement de même si le paysan avait de l'aversion pour le risque, car il y aurait alors une tension entre inciter le paysan à faire un effort important et ne pas lui faire courir un risque trop élevé afin qu'il accepte le contrat proposé par le propriétaire