TD 4

LES DEUX THEOREMES DE L'ECONOMIE DU BIEN-ETRE

Récapitulatif : jusqu'ici on a défini les objectifs de la démarche, à la fois en termes d'efficacité (critère de Pareto) et d'équité (conception de type utilitariste de la justice que l'on exprime sous la forme d'une fonction de justice sociale qui n'est pas spécifiée au départ) – l'équité apparaissant comme la norme qui permet de choisir entre plusieurs allocations efficaces (optima de Pareto).
Maintenant on se demande quel système institutionnel / quel mode d'organisation va permettre d'assurer la réalisation de ces deux objectifs.
Rq : dans notre approche, on réduit le choix institutionnel à une alternative : marché de concurrence parfaite (mode d'organisation décentralisé) / Etat (mode d'organisation centralisé). La réalité est plus complexe car il existe une très grande variété de schémas institutionnels intermédiaires capables d'allouer les ressources

Enoncé du 1er théorème du bien-être :
"Si les agents se comportent de façon concurrentielle, s'il existe un marché pour chaque bien et si chaque agent dispose de toute l'information nécessaire sur les caractéristiques de tous le biens, tout équilibre est un optimum."

Couronnement de la théorie néoclassique de l'équilibre général. Formalisation de l'équilibre général (modèle d'Arrow-Debreu) => représentation mathématique du libre fonctionnement des marchés en concurrence pure et parfaite => on aboutit à un équilibre = une allocation des ressources dont on peut vérifier qu'elle répond au critère d'efficacité de Pareto.

Démonstration suppose de vérifier que l'équilibre général concurrentiel (on laisse le marché fonctionner librement) respecte l'ensemble des conditions d'optimalité (on ne les avait pas précisé lors de td 2 – parfois tendance à assimiler optimum de Pareto à optimum de distribution = dans une économie d'échange – en fait : insuffisant) :

i. efficacité dans la production : pour chaque facteur et chaque produit, les productivité marginales sont identiques pour chaque entreprise + pour chaque couple de facteurs utilisés, les taux marginaux de substitution technique (TMST) sont identiques dans chaque entreprise, quels que soient les produits concernés.
ii. efficacité dans la consommation : pour chaque couple de produits effectivement consommés, les TMS sont identiques pour tous les individus concernés
iii. efficacité dans la relation entre production et consommation : il faut que la production soit optimalement adaptée à la consommation : les taux marginaux de transformation des produits (TTP) que l'on peut calculer dans la sphère productive sont égaux aux TMS correspondant des consommateurs concernés.

Exercice : application au cas d'une économie d'échange (consommation seulement)

Question 4.1. **Premier théorème du bien-être.**
Soit une économie d'échange à 2 biens (1 et 2) impliquant 2 individus (A et B). Les préférences des individus A et B sont décrites par les fonctions d'utilité suivantes :

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = \frac{1}{3}\log x_1^A + \frac{2}{3}\log x_2^A$$

$$U^B(x_1^B, x_2^B) = \frac{1}{2}\log x_1^B + \frac{1}{2}\log x_2^B$$

où x_i^j *désigne la consommation du bien i par l'individu j.*

Les dotations initiales des agents sont $\omega^A = (1,3)$ *et* $\omega^B = (3,1)$.

On note p_1 *et* p_2 *les prix des biens 1 et 2 et* $q = \frac{p_2}{p_1}$.

a. *Déterminez l'allocation d'équilibre de cette économie. Pour cela, résolvez le programme d'optimisation de chaque consommateur, déterminez q et déduisez-en les quantités consommées au point d'équilibre.*

- Résolution du programme de maximisation du consommateur A :

Max. $U^A(x_1^A, x_2^A) = \frac{1}{3}\log x_1^A + \frac{2}{3}\log x_2^A$

s.c. $p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = p_1 + 3p_2$

On calcule le TMS :

$$TMS_{21}^A = \frac{\frac{\partial U^A}{\partial x_1^A}}{\frac{\partial U^A}{\partial x_2^A}} = \frac{\frac{1}{3x_1^A}}{\frac{2}{3x_2^A}} = \frac{x_2^A}{2x_1^A}$$

On utilise la condition d'égalité du TMS au rapport des prix :

$$\frac{x_2^A}{2x_1^A} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{q}$$

En utilisant la contrainte budgétaire, on exprime x_1^A en fonction de x_2^A afin de supprimer x_1^A de l'équation

$$x_1^A = 1 + 3\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}x_2^A = 1 + 3q - qx_2^A \quad (1)$$

La condition d'égalité du TMS au rapport des prix devient :

$$\frac{x_2^A}{2(1+3q-qx_2^A)} = \frac{1}{q}$$

soit $x_2^A = \frac{2+6q-2qx_2^A}{q}$ $\quad\Leftrightarrow\quad x_2^A = \frac{2}{q} + 6 - 2x_2^A$

$$\Leftrightarrow 3x_2^A = \frac{2}{q} + 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_2^A = \frac{2}{3q} + 2}$$

On obtient ensuite x_1^A en utilisant (1) :

$x_1^A = 1 + 3q - q(\frac{2}{3q} + 2)$ ⇔ $\boxed{x_1^A = \frac{1}{3} + q}$

- Résolution du programme de maximisation du consommateur b : => idem

Max. $U^B(x_1^B, x_2^B) = \frac{1}{2}\log x_1^B + \frac{1}{2}\log x_2^B$

s.c. $p_1 x_1^{\mathbf{B}} + p_2 x_2^B = 3p_1 + p_2$

On calcule le TMS et on utilise la condition d'égalité du TMS au rapport des prix :

$$\frac{x_2^B}{x_1^B} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{q}$$

En utilisant la contrainte budgétaire, on obtient :

$x_1^B = 3 + q - qx_2^B$ (2)

La condition d'égalité du TMS au rapport des prix devient :

$$\frac{x_2^B}{3 + q - qx_2^B} = \frac{1}{q}$$

On trouve : $\boxed{x_2^B = \frac{3}{2q} + \frac{1}{2}}$ et $\boxed{x_1^B = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}q}$

- Pour déterminer q, on utilise le fait qu'à l'équilibre, les quantités consommées sont égales aux quantités disponibles, soit sur le marché 1 (économie d'échange => les individus ne peuvent consommer que ce qui est disponible) :

$x_1^A + x_1^B = 4$

Autrement dit (on remplace par les fonctions de demande) :

$\frac{1}{3} + q + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}q = 4$ ⇔ $\frac{3}{2}q = 4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}$ ⇔ $\frac{3}{2}q = \frac{13}{6}$

⇔ $\boxed{q = \frac{13}{9}}$

On vérifie facilement que, pour cette valeur de q, le marché du bien 2 est aussi en équilibre.

- On en déduit les quantités consommées au point d'équilibre : on remplace q par 13/9 dans les fonctions de demande

$\boxed{x_1^A = \frac{16}{9}}$ $\boxed{x_2^A = \frac{32}{13}}$ $\boxed{x_1^B = \frac{20}{9}}$ $\boxed{x_2^B = \frac{20}{13}}$

⇨ coordonnées du point d'équilibre dans le diagramme d'Edgeworth

b. Déterminez l'équation de la courbe des contrats. Ecrivez cette équation sous la forme $x_2^A = f(x_1^A)$.

La courbe des contrats est la courbe qui relie l'ensemble des optima de Pareto dans un diagramme d'Edgeworth. Pour déterminer son équation, on utilise le fait, qu'à un optimum de Pareto, le TMS_{21} est le même pour les deux consommateurs. Pourquoi ?

- approche graphique : tangence des courbes d'indifférence dans le diagramme d'Edgeworth => on ne peut pas augmenter l'utilité de l'un sans diminuer celle de l'autre
- approche mathématique :

nous allons chercher une condition d'optimalité en définissant mathématiquement cette idée. La définition de l'optimum de Pareto dans une économie d'échange peut s'exprimer dans la manière suivante : l'utilité de l'individu A est maximale sous contrainte que celle de B soit maintenue à son niveau donné. Autrement dit, un optimum résulte d'un programme de type suivant :

$$\textit{Max. } U^A(x_1^A, x_2^A)$$

$$\textit{s.c. } \overline{U}^B = U^B(x_1^B, x_2^B) \quad (\lambda) \quad (\overline{U}^B \textit{ est donné})$$

$$\overline{x}_1 = x_1^A + x_1^B \quad (\mu_1) \quad (\overline{x}_1 \textit{ est donné})$$

$$\overline{x}_2 = x_2^A + x_2^B \quad (\mu_2) \quad (\overline{x}_2 \textit{ est donné})$$

Résolution à l'aide d'un Lagrangien :

$$L = U^A(x_1^A, x_2^A) + \lambda\left[U^B(x_1^B, x_2^B) - \overline{U}^B\right] - \mu_1\left[x_1^A + x_1^B - \overline{x}_1\right] - \mu_2\left[x_2^A + x_2^B - \overline{x}_2\right]$$

En annulant les dérivées partielles, il vient :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1^A} = \frac{\partial U^A}{\partial x_1^A} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1^B} = \lambda\frac{\partial U^B}{\partial x_1^B} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2^A} = \frac{\partial U^A}{\partial x_2^A} - \mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2^B} = \lambda\frac{\partial U^B}{\partial x_2^B} - \mu_2 = 0$$

En retravaillant ces équations, on trouve finalement : $\boxed{\dfrac{\frac{\partial U^A}{\partial x_1^A}}{\frac{\partial U^A}{\partial x_2^A}} = \dfrac{\frac{\partial U^B}{\partial x_1^B}}{\frac{\partial U^B}{\partial x_2^B}}}$ soit $\boxed{\dfrac{Um_1^A}{Um_2^A} = \dfrac{Um_1^B}{Um_2^B}}$ ou encore $\boxed{TMS_{21}^A = TMS_{21}^B}$

Comme on pouvait s'y attendre, la condition d'optimalité est l'égalisation des TMS des individus pour les 2 biens considérés.

$$TMS_{21}^A = TMS_{21}^B \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x_2^A}{2x_1^A} = \frac{x_2^B}{x_1^B} \quad (3)$$

Par ailleurs, la somme des consommations des deux individus doit être égale à la quantité totale disponible et ceci pour chaque bien :

$x_1^A + x_1^B = 4$ et $x_2^A + x_2^B = 4$

On en déduit :
$x_1^B = 4 - x_1^A$ et $x_2^B = 4 - x_2^A$

En remplaçant dans (3) :

$$\frac{x_2^A}{2x_1^A} = \frac{4 - x_2^A}{4 - x_1^A} \Leftrightarrow x_2^A(4 - x_1^A) = 2x_1^A(4 - x_2^A)$$

$$\Leftrightarrow 4x_2^A - x_2^A x_1^A = 8x_1^A - 2x_1^A x_2^A$$

$$\Leftrightarrow x_2^A(4 - x_1^A + 2x_1^A) = 8x_1^A$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_2^A = \frac{8x_1^A}{4 + x_1^A}}$$

c. L'allocation d'équilibre constitue-t-elle un équilibre de Pareto ? Expliquez.

On vérifie que les coordonnées du point d'équilibre satisfont l'équation de la courbe des contrats :

Si $x_1^A = \frac{16}{9}$, alors $x_2^A = \dfrac{8 \times \frac{16}{9}}{4 + \frac{16}{9}} = \dfrac{\frac{128}{9}}{\frac{36+16}{9}} = \dfrac{128}{52} = \dfrac{32}{13}$

Les coordonnées du point d'équilibre satisfont l'équation de la courbe des contrats. L'allocation d'équilibre est un optimum de Pareto.
On pouvait s'y attendre puisque d'après le 1er théorème fondamental de la théorie du bien-être, un équilibre de CPP est un optimum de Pareto. Dans une économie de consommation comme nous avons ici, cela s'explique par le fait que les conditions de réalisation de l'équilibre (répondant au critère de maximisation de l'utilité des consommateurs) et celles de l'optimum (répondant au critère de Pareto : on ne peut plus augmenter le bien-être d'un individu sans diminuer celui d'au moins un autre) sont les mêmes (les TMS entre biens de tous les individus sont égaux => la définition de l'équilibre suppose l'égalisation des TMS de chaque individu au rapport des prix, et donc égalisation des TMS entre eux / l'optimum suppose égalisation des TMS de tous les individus).

Idée que dans un système de concurrence parfait, **le prix (le rapport des prix) est un vecteur d'information parfait** qui permet d'égaliser les TMS de tous les individus et, de cette manière, conduit à l'optimum.
Défaillances de marché que l'on verra par la suite = chaque fois que une des hypothèses du théorème n'est pas remplie ("Si les agents se comportent de façon concurrentielle, s'il existe un marché pour chaque bien et si chaque agent dispose de toute l'information nécessaire) => cas où le prix en parvient plus à jouer ce rôle de coordination des actions individuelles vers l'optimum (externalités et biens collectifs => pas de marché, donc pas de prix attribué, monopole => le producteur profite de son pouvoir de marché pour fixer un prix « excessif » => le prix est « imparfait », il ne mène pas à l'optimum).

d. Représentez la courbe des contrats, le point de dotations initiales et l'allocation d'équilibre dans un diagramme d'Edgeworth.

Représentation graphique :

- Les dotations initiales des agents sont $\omega^A = (1{,}3)$ et $\omega^B = (3{,}1)$. On peut donc facilement placer le point de dotations initiales A.
- Le point d'équilibre E est situé aux coordonnées suivantes :

$$x_1^A = \frac{16}{9} \ ; \ x_2^A = \frac{32}{13} \ ; \ x_1^B = \frac{20}{9} \ ; \ x_2^B = \frac{20}{13}$$

- L'équation de la courbe de contrat est donnée par : $x_2^A = \dfrac{8x_1^A}{4+x_1^A}$

Quelle est sa forme ?

$$\frac{dx_2^A}{dx_1^A} = \frac{8(4+x_1^A)-(8x_1^A \times 1)}{(4+x_1^A)^2} = \frac{32}{(4+x_1^A)^2} > 0$$ => la courbe des contrats est croissante

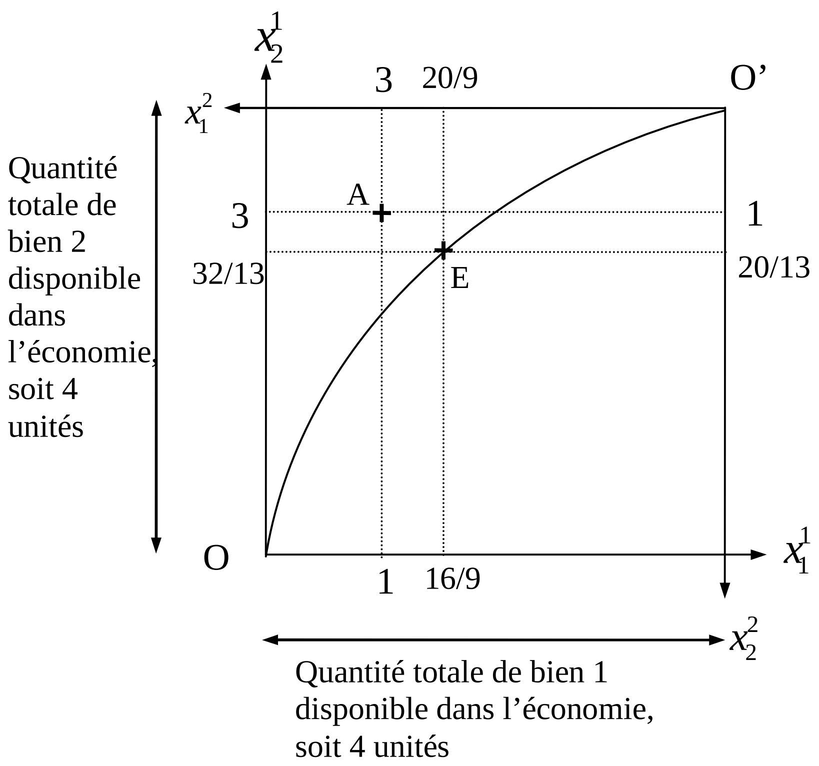
$$\frac{d^2x_2^A}{(dx_1^A)^2} = \frac{-32\times 2(4+x_1^A)}{(4+x_1^A)^4} = \frac{-64}{(4+x_1^A)^3} < 0$$ => la courbe des contrats est concave

On peut chercher des points par lesquels elle passe :

Si $x_1^A = 0$, alors $x_2^A = 0$

Si $x_1^A = 4$, alors $x_2^A = \frac{32}{8} = 4$

La courbe des contrats passe donc par les origines O et O' des 2 systèmes d'axes.
On sait aussi par la question c) qu'elle passe par le point E.



Question 4.2. *Pouvez-vous définir en quelques mots le 2^{nd} théorème du Bien être ? Qu'apporte-t-il de plus au 1^{er} théorème du Bien être ? Qu'est-ce que l'optimum optimorum ? Peut-il être atteint ? Comment ?*

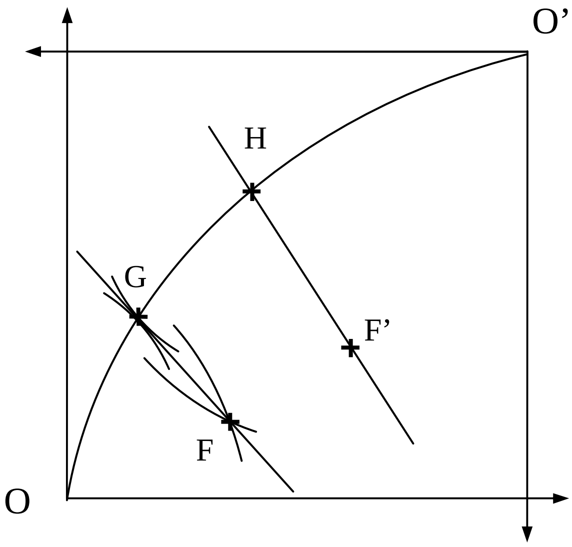
Enoncé : "Si les préférences des individus sont convexes, s'il existe un marché pour chaque bien, si l'information est parfaite et si des transferts forcés de ressources de type forfaitaire peuvent être effectués, toute allocation optimale peut être réalisée en tant qu'équilibre concurrentiel avec des transferts appropriés."
A tout optimum de Pareto on peut associer un système de prix d'équilibre général

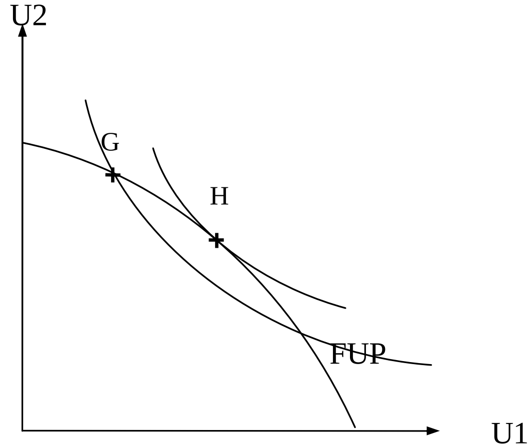
2 interprétations possibles de ce théorème :
1) simple réciproque nécessaire pour permettre équivalence entre équilibre et optimum

allocation initiale ----- libre marché concurrentiel ------> E $\rightleftarrows$ O

pour tout optimum, on peut trouver une allocation initiale qui mènera à cet optimum grâce au marché

2) insiste sur la notion d'équité et le rôle de l'Etat
1^{er} théorème nous dit : si on laisse les marchés fonctionner librement, on atteint un optimum. Mais on a vu la semaine dernière que cet optimum n'est pas forcément satisfaisant en termes d'équité, autrement dit, ce n'est pas forcément l'optimum optimorum (= la meilleure en équité des allocations satisfaisantes en efficacité). Ce que nous dit ce 2^{nd} théorème : ce n'est pas grave, car à partir d'un système de marché concurrentiel, n'importe quel optimum est atteignable sous réserve de modifier les dotations initiales de manière approprié ; donc si on peut redistribuer sans coût (transferts forfaitaires), on va pouvoir mettre en œuvre une politique de redistribution qui va permettre d'atteindre cet optimum optimorum.
Plus précisément, ce qui se passe : ce que l'Etat doit modifier, c'est la répartition initiale des ressources et ensuite laisser les agents agir librement.
Graph :





Point de dotations initiales : point F. à ce point les courbes d'indifférence des 2 consommateurs sont sécantes => pas égalité de leur TMS => grâce au marché concurrentiel, il vont échanger jusqu'à égalisation de leur TMS, point G, qui est un optimum (1er théorème) => on sait que G est sur la courbe des contrats. Seulement, à G, U2 est plus élevée que U1 et sur le graphique de droite on voit que cette répartition inégalitaire ne correspond pas à l'optimum en terme d'équité (selon la conception de la justice sociale du décideur). 2nd théorème du bien-être : on peut atteindre n'importe quel optimum à partir d'une certaine répartition initiale des ressources et en laissant faire le jeu du marché => dans notre cas, on veut atteindre H qui est l'optimum optimorum. Il suffit que l'Etat modifie la répartition initiale des ressources pour passer de F à F' et ensuite le marché concurrentiel nous mènera à H.

Le 2nd théorème du bien-être apporte la démonstration formelle de la possibilité pour l'Etat de faire atteindre à l'économie une situation efficace et juste.

Pour résumer :
1er théorème : idée de décentralisation - efficacité de l'économie de marché de concurrence
2nd théorème : inéquité des marchés et rôle de l'Etat (fonction redistributive de l'Etat)

TD 5
CONDUIRE UNE POLITIQUE PUBLIQUE OPTIMALE

Contexte : une fois qu'on a défini les objectifs à atteindre en termes d'efficacité et d'équité et qu'on a défini le rôle respectif du marché et de l'Etat pour y parvenir (2 théorèmes du bien-être), que faire en pratique ? Comment faire concrètement pour évaluer une politique publique / comment faire pour déterminer si une politique publique donnée est optimale ? On va faire appel au calcul économique public (mise en œuvre concrète des principes développés précédemment).

Question 5.1. *Supposons que nous disions qu'une allocation X est préférée socialement à une allocation Y seulement si tout le monde préfère X à Y.*
a. Quel problème cette règle soulève-t-elle quand il s'agit de prendre des décisions sociales ?
Trop exigeante car suppose de recueillir l'unanimité (chaque individu de la société dispose d'un droit de veto). Risque d'aboutir à un blocage : aucune décision adoptée.

b. L'optimum de Pareto peut-il servir de référence pour les interventions de l'Etat ?
Critère de Pareto => idem que le critère décrit dans l'énoncé, donc mêmes limites : à chaque fois qu'un projet ou une politique publique occasionne des coûts, même minimes et s'ils ne concernent qu'un seul individu alors que les bénéfices sont immenses et concernent beaucoup d'individus, il ne doit pas être retenu car il y a des perdants et on n'est donc pas à l'optimum. Trop restrictif.
Pour éviter ce problème : on recourt au critère de Hicks-Kaldor (sorte de prolongement / d'assouplissement de pareto) : test de compensation : « un état y est socialement préférable à un état x lorsque les individus qui gagnent à ce changement de x à y peuvent compenser les perdants et conserver malgré tout un gain. »

Les "tests de compensation" proposés dans les années trente et quarante visaient à étendre le principe des comparaisons parétiennes sans rechuter dans les comparaisons interpersonnelles, ni commettre des jugements de valeur excessifs.
Cf Varian p.410 environ

Assouplissement du critère de Pareto : la compensation effective n'est plus requise

Implication : théoriquement, l’Etat devrait mettre en œuvre tous les projets qui satisfont au critère de Hicks-Kaldor, cad tous les projets qui offrent un différentiel positif entre gains des gagnants et pertes des perdants.
Dans un monde plus réaliste, il existe une infinité de politiques publiques possibles et les capacités de mise en œuvre de l’état sont limitées..